

Аннотация

Курс является теоретическим и представляет собой продолжение спецкурса «Нерелятивистская механика частиц и полей: векторный анализ и симметрии», читаемого в весеннем семестре для студентов 2 курса ФОПФ МФТИ. Если в первой части курса был дан единый взгляд на классическую нерелятивистскую механику частиц и полей и введен инструментарий для описания симметричных свойств путем исследования алгебры генераторов групп пространственных вращений и трансляций, а также дано описание спина полей, то во второй части курса этот базис используется для классификации релятивистских полей. В рамках такого подхода описывается введение пространства Минковского и группы его изометрий – группы Пуанкаре, на основе теоремы Нётер строится динамика релятивистской частицы, вводятся генераторы группы Пуанкаре на полях и строится базис этих полей, как набор совместных собственных функций для генераторов группы Пуанкаре на полях. От общего описания произведен переход к детальному описанию скалярных полей, вейлевских, дираковских и майорановских спиноров, векторного поля с массой и без массы. Обосновывается связь спина со статистикой при квантовании релятивистских полей. Вводится калибровочное взаимодействие на примере группы $U(1)$. Рассматривается нерелятивистский переход в уравнении Дирака и вывод уравнения Паули для электрона и позитрона. В качестве приложений разбираются модели голдстоуновского бозона при спонтанной нарушении глобальной калибровочной симметрии для комплексного скалярного поля и эффект Хиггса при спонтанном нарушении локальной калибровочной симметрии, возникновение массы у векторного калибровочного бозона. Дается описание монополя Дирака в классической электродинамике.

Курс предназначен для студентов 3 курса ФОПФ МФТИ, проходящих специализированную подготовку с целью дальнейшего обучения в магистратуре по физике элементарных частиц.

«Группа Пуанкаре и релятивистские поля»

Лекция 1. Принцип относительности. Свободные электромагнитные волны: скорость. Метрика Минковского.

Волновое уравнение для свободных волн, скорость электромагнитных волн, инвариантность скорости света при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, принцип относительности, тензор метрики Минковского, изометрии пространства-времени Минковского, лоренцев буст, инверсия стрелы времени, собственные ортохронные преобразования, группа Лоренца, группа Пуанкаре.

Преобразование координат и времени при переходе в инерциальную систему при произвольном направлении скорости, закон сложения скоростей для поперечных и продольных компонент, нерелятивистский предел преобразований Галилея, инвариантность скорости света, сложение гиперуглов, быстрота, волновой 4-вектор.

Лекция 2. Принцип относительности (продолжение). Прецессия Томаса Механика релятивистской частицы.

Классификация интервалов, поднимание и опускание индексов тензорных величин, скалярное произведение 4-векторов, прецессия Томаса, инвариантность действия релятивистской частицы, функция Лагранжа из теоремы Нётер, принцип наименьшего действия и парадокс близнецов. Вектор энергии-импульса, 4-скорость, релятивистский закон дисперсии, ультрарелятивистский предел, уравнение массовой поверхности, закон сохранения 4-импульса.

Лекция 3. Генераторы группы Лоренца.

Генераторы бустов и полная алгебра группы Лоренца, собственные ортохронные преобразования, дискретные операции инверсии пространства и времени, классификация преобразований полной группы Лоренца, базис полей и группа $SL(2, C)$, релятивистские спиноры, индексы с точкой и без точки.

Лекция 4. Группа Пуанкаре. Скалярное поле.

Трансляции и неоднородная группа Лоренца, коммутаторы генераторов, вектор Паули–Любанского, классификация Вигнера для массивных и безмассовых полей, спиральность, киральные поля, действие дискретных преобразований на генераторы, СРТ-теорема, свободные классические вещественное и комплексное скалярные поля, положительно- и отрицательно-частотные решения, совокупность осцилляторов, динамические переменные поля и их квантование, операторы рождения и уничтожения скалярных частиц, их зависимость от времени и координаты, классическое поле как среднее значение оператора поля по когерентным состояниям, вторичное квантование и пространство Фока, оператор заряда, античастицы, зарядовое сопряжение и инверсии пространства и времени в фоковском пространстве и их действие на квантованное скалярное поле.

Лекция 5. Скалярное поле.

Свободные классические вещественное и комплексное скалярные поля, положительно- и отрицательно-частотные решения, совокупность осцилляторов, динамические переменные поля и их квантование, операторы рождения и уничтожения скалярных

частиц, их зависимость от времени и координаты, классическое поле как среднее значение оператора поля по когерентным состояниям, вторичное квантование и пространство Фока, оператор заряда, античастицы, зарядовое сопряжение и инверсии пространства и времени в фоковском пространстве и их действие на квантованное скалярное поле.

Лекция 6. Безмассовые спинорные поля.

Уравнения движения для киральных безмассовых спиноров Вейля, действие кирального поля, гамильтониан и заряд, базисные спиноры и квантование вейлевского спинора, античастицы с противоположной спиральностью и CP -инвариантность, инверсия времени, безмассовый биспинор Дирака и операция пространственной инверсии, гамма-матрицы и их алгебра, киральные проекторы, дираковски сопряженный спинор, зарядовое сопряжение биспинора.

Лекция 7. Спинорные поля с массой.

Дираковский спинор с массой, уравнение Дирака, квантование, проекторы на состояния с заданным значением спина, сумма по поляризациям, представление Дирака для гамма-матриц, дискретные симметрии для поля Дирака, зарядово самосопряженные спиноры Майорана, майорановская масса.

Лекция 8. Векторные поля. Связь спина со статистикой.

Векторное поле и уравнения Максвелла, циркулярная поляризация, продольное поле, преобразования Лоренца и калибровочная инвариантность, действие для поперечных мод, квантованное поле, массивное векторное поле, уравнение Прока, бозоны и фермионы.

Лекция 9. Калибровочное взаимодействие. Спектр атома водорода.

Калибровочное преобразование базиса гильбертова пространства в нерелятивистской и релятивистской квантовой механике, операция трансляций и ковариантная производная, калибровочное поле, тензор напряженности как коммутатор ковариантных производных, минимальное взаимодействие заряженных релятивистских частиц с калибровочным полем, спектр атом водорода из релятивистского уравнения для скалярной частицы, сведение к нерелятивистскому уравнению, расщепление уровней по орбитальному моменту, спектр уровней из уравнения Дирака, квантовые числа состояний, важность P -четности, расщепление уровней по полному моменту.

Лекция 10. Нерелятивистское приближение для электрона. Релятивистские поправки.

Операторное уравнение для двухкомпонентного спинора во внешнем поле в одночастичном приближении, разложение операторов в ряд по малому отношению v/c , ведущий вклад в нерелятивистское приближение, эффективное действие для спиноров Паули, магнитный момент электрона и фактор Ланде $g=2$, поправки к эффективному действию в случае движения в статическом потенциале, роль нормировки заряда на единицу, природа кинетической поправки, спин-орбитального взаимодействия и дарвиновского члена, учет томасовского вращения спина при неинерциальном

движении, локализация электрона и область применимости нерелятивистского приближения, комптоновская длина, релятивистские поправки как возмущение в атоме водорода, квантовые числа электрона и формула для поправки к энергии, снятие вырождения по полному моменту и остаточное вырождение по орбитальному моменту, введение аномального магнитного момента, швингеровское значение, полученное в теории возмущений из квантовых петлевых поправок, задача о магнитном моменте протона и нейтрона в кварковой модели.

Лекция 11. Комплексное скалярное поле и эффект Хиггса.

Уравнения движения и тензор энергии-импульса. Глобальная калибровочная симметрия, сохраняющийся ток и дискретные симметрии C , P , T . Спонтанное нарушение глобальной симметрии и голдстоуновский бозон. Локальная калибровочная симметрия и векторный бозон. Эффект Хиггса.

Лекция 12. Монополю Дирака.

Литература:

1. Вайнберг С., «Квантовая теория поля» – Москва: ФИЗМАТЛИТ, Т.1, 2003.
2. Киселев В.В., «Квантовая механика. Курс лекций» – Москва: МЦНМО, 2009.
3. Степаньянц К.В. «Классическая теория поля» – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2009.
4. Новожилов Ю.В. «Введение в теорию элементарных частиц» – Москва: «НАУКА», 1972.
5. Швебер С. «Введение в релятивистскую квантовую теорию поля» – Москва: Издательство иностранной литературы, 1963.