

Министерство образования и науки Российской Федерации
Московский физико-технический институт (национальный
исследовательский университет)

Физтех-школа физики и исследований им. Ландау
Кафедра физики высоких энергий
Лаборатория Фундаментальных Взаимодействий

Выпускная квалификационная работа магистра

Разработка проекта электромагнитного
калориметра для эксперимента ALICE3 для
регистрации состояний чармония

Автор:

Студент 310п группы
Варламов Антоний Михайлович

Научный руководитель:

д.ф.-м.н.
Харлов Юрий Витальевич



Долгопрудный 2025

Аннотация

В диссертации представлена разработка проекта электромагнитного калориметра ECAL для эксперимента ALICE3 на Большом адронном коллайдере, направленного на регистрацию состояний чармония ($\chi_{cJ} \rightarrow J/\psi\gamma \rightarrow e^+e^-\gamma$). Работа включает обзор основ калориметрии в физике высоких энергий и физики кваркониев, моделирование калориметра ECAL с использованием GEANT4 и Pythia8, анализ сигнальных и фоновых событий, а также применение нейросетей и методов машинного обучения для классификации частиц и оценки энергии кластеров. Исследованы ключевые характеристики калориметра, включая энергетическое разрешение, и определены ограничения, связанные с влиянием дополнительного вещества перед детектором. Показано, что отсутствие дополнительного вещества существенно повышает эффективность реконструкции сигнальных событий, однако текущая модель демонстрирует недостаточную статистическую значимость для надежной сепарации состояний чармония. *Варламов Антоний Михайлович*

Abstract

The master thesis presents the development of an ECAL electromagnetic calorimeter project for the ALICE 3 experiment at the Large Hadron Collider, aimed at registering charmonium states ($\chi_{cJ} \rightarrow J/\psi\gamma \rightarrow e^+e^-\gamma$). The work includes an overview of the fundamentals of calorimetry in high-energy physics and quarkonium physics, modeling of the ECAL calorimeter using GEANT4 and Pythia8, analysis of signaling and background events, as well as the use of neural networks and machine learning methods for classifying particles and estimating cluster energy. The key characteristics of the calorimeter, including the energy resolution, are investigated, and the limitations associated with the effect of an additional substance in front of the detector are determined. It has been shown that the absence of an additional substance significantly increases the efficiency of signal event reconstruction, however, the current model demonstrates insufficient statistical significance for reliable separation of charmonium states.

Благодарности

Автор искренне выражает благодарность своему научному руководителю – Харлову Юрию Витальевичу, за многолетний и неоценимый вклад в личностное и профессиональное развитие автора, а также, руководителю экспериментальной группы ГИПЕРОН – Садовскому Сергею Анатольевичу, всему коллективу экспериментальной группы ГИПЕРОН и представителям базовой организации – Института Физики Высоких Энергий: Лиходеду Анатолию Константиновичу, Зайцеву Александру Михайловичу, Хохлову Юрию Анатольевичу, Слабоспицкому Сергею Ростиславовичу, Мяжкову Алексею Григорьевичу, Кабаченко Василию Васильевичу и др. за формирование, поддержание и развитие плодотворной атмосферы для академического становления и развития автора.

Оглавление

1	Введение	7
1.1	Калориметрия в физике высоких энергий	7
1.1.1	Общая задача калориметрии	7
1.1.2	Классификация и особенности источников событий для калориметров	9
1.1.3	Виды калориметров	9
1.1.4	Физические принципы калориметрии	11
1.1.5	Электромагнитные калориметры PHOS эксперимента ALICE и ECAL эксперимента ALICE3	15
1.2	Физика кваркониев	17
1.2.1	Кварконии, как инструмент исследования экзотических состояний материи	18
1.2.2	Особенности канала распада $\chi_{cJ} \rightarrow J/\psi\gamma \rightarrow e^+e^-\gamma$	18
2	Разработка и исследование модели электромагнитного калориметра	19
2.1	Характеристики и свойства электромагнитных калориметров	19
2.1.1	Энергетическое разрешение	19
2.1.2	Координатное разрешение	20
2.2	Задачи, возникающие в процессе моделирования электромагнитного калориметра	22
2.2.1	Моделирование фотонов фиксированной энергии	23
2.2.2	Исследование отклика электронов и позитронов в модели электромагнитного калориметра	29
3	Анализ сигнальных событий распада чармония $\chi_{cJ} \rightarrow J/\psi\gamma \rightarrow e^+e^-\gamma$	33
3.1	Анализ промежуточного состояния $J/\psi\gamma$	33
3.1.1	Гипотеза J/ψ – отбор кандидатов среди e^+e^- пар	33
3.1.2	диаграмма Арменгероса-Подольянского для системы $J/\psi\gamma$	34
3.2	Спектры инвариантных масс истинных состояний	35
3.2.1	Спектры масс $M_{e^+e^-\gamma}$	36
3.2.2	Способы реконструкции изолированных состояний	37
3.2.3	Спектры инвариантных масс изолированных состояний	38
4	Анализ фоновых событий распада чармония $\chi_{cJ} \rightarrow J/\psi\gamma \rightarrow e^+e^-\gamma$	43
5	Применение алгоритмов машинного обучения и нейронных сетей при анализе событий в электромагнитных калориметрах	47
5.1	Сверточные (конволюционные, CNN) и полносвязные нейросети	48
5.1.1	Сверточный слой	48
5.1.2	Полносвязный слой	49
5.2	Архитектура модели	49

5.3	Подготовка данных, обучение, тестирование и валидация модели	50
5.4	Перспективы развития «нейросетевого» решения задачи анализа события в калориметре	50
6	Заключение	53

Глава 1

Введение

В данной главе приведены материалы, подробно раскрывающие основные физические аспекты, принимаемые во внимание при создании данной диссертации. Представлен обзор на основы калориметрии в экспериментах в области физики высоких энергий, дана краткая теоретическая справка о физической системы кваркониумов, исследование которой в рамках существующего эксперимента ALICE и планируемого эксперимента ALICE3 на большом адронном коллайдере легло в основу для данной работы.

1.1 Калориметрия в физике высоких энергий

Практически все современные эксперименты в области физики высоких энергии имеют очень сложные установки, основная задача которых – решение крайне амбициозных, комплексных физических задач. Особенности задач, решаемых на таких установках, формируют большое количество требований как к экспериментальному оборудованию, так и к методам работы с ним. В частности, большая часть экспериментальных установок имеет в своём составе детекторы, называемые калориметрами. Такие детекторы смело можно выделить в особую группу, поскольку они обладают рядом характерных особенностей, которые критически важны в процессе моделирования, прототипирования, разработки и эксплуатации этих детекторов. Рассмотрим свойство калориметров подробнее.

1.1.1 Общая задача калориметрии

Для начала, отметим, что основная задача калориметров – измерение энергий частиц, попадающих в детектор, однако, помимо энергий, калориметры способны предоставить гораздо более обширный список информации о тех частицах, которые попали в данный детектор. Вариативность данной информации зависит от ряда факторов, таких как конфигурация экспериментальной установки, устройство детектора или способ интерпретаций его данных, и будет рассмотрена более подробно далее в тексте данной главы.

Кроме того, важной особенностью калориметров, как и практически всех остальных групп детекторов экспериментальных установок в физике высоких энергий, является возможность совместного использования с другими детекторами. Классический пример – совместное использование калориметров, трековых систем и систем идентификации частиц. Каждый отдельно взятый детектор может отвечать в той или иной степени на различные вопросы о частицах, проходящих сквозь экспериментальную установку, но совместный анализ позволяет отвечать на такие вопросы

более однозначно и достоверно. В качестве примера, можно рассмотреть два случая, наглядно иллюстрирующий преимущества совместного использования детекторов.

Совместное использование калориметра и трековой системы позволяет, в частности, проводить классификацию событий с точки зрения разделения нейтральных или заряженных частиц. (Электроны, позитроны или фотоны дают очень схожие сигналы в калориметрах, но имеют принципиально различные треки в магнитных полях.) Совместное использование калориметра и системы идентификации же позволяет разделять частицы различных «сортов». (Протоны или π мезоны могут давать очень похожий сигнал в калориметре, но в черенковских счётчиках, как примере системы идентификации, их сигнал будет принципиально отличаться). Данные примеры являются очень банальными и призваны лишь проиллюстрировать преимущества совместного использования детекторов.

При этом, фундаментальные физические законы позволяют устанавливать связи между различными величинами [1], что иногда позволяет определять значения величин именно благодаря известным соотношениям. Так, в качестве примера можно рассмотреть соотношение между массой, энергией и импульсом частицы, в натуральной системе единиц записываемым как:

$$E^2 = m^2 + p^2 \quad (1.1)$$

Если с помощью трековой системы реконструировать импульс частицы p , а с помощью системы идентификации определить тип частицы (как следствие, массу m), то можно реконструировать и энергию этой частицы. Но в таком подходе мы обязаны учитывать критически важную особенность методологии физического эксперимента – корректную обработку результатов измерения физических величин. Поскольку любой физический детектор обладает конечной точностью, то стоит учитывать особенности разрешения используемого детектора. В описанном выше примере, характерной для большинства трековых систем функция разрешения будет иметь вид:

$$\frac{\sigma_p}{p} = a \cdot p \oplus b \quad (1.2)$$

Характерная же функция, параметризующая разрешение калориметра будет иметь вид:

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{a}{E} \oplus \frac{b}{\sqrt{E}} \oplus c \quad (1.3)$$

(Соотношение (1.3) будет подробно рассматриваться дальше в тексте данной главы, а кроме того, в [2], [3]) Простой анализ асимптотического поведения функций разрешения позволяет прийти к следующему выводу: При больших энергиях (или, эквивалентно, больших импульсах), прямое измерение энергии с помощью калориметра позволяет достичь большей точности, чем реконструкция с помощью трековой системы и системы идентификации.

Подводя небольшой итог, стоит отметить, что калориметрия – важная часть большого числа современных экспериментов [4] в области физики высоких энергий, а значит, фундаментальные представления о принципах работы, построения и эксплуатации калориметров являются крайне полезными для научных сотрудников, работающих в этой области физики, что показывает крайне высокую актуальность выбранной для данной диссертации темы.

1.1.2 Классификация и особенности источников событий для калориметров

Перейдём к описанию физических принципов и законов, лежащих в основе калориметрии. Подробное описание процессов взаимодействия частиц с веществом и их влияния на калориметрию представлено в [5].

Во-первых, разберёмся с источником информации для калориметров. Как отмечалось ранее, калориметры предназначены для измерения энергий частиц, которые попали в детектор. При этом источников этих частиц существует огромное количество. Классическими примерами могут выступать фотоны, испускаемые электронами атомов при переходе между различными энергетическими уровнями, фотоны, произошедшие в процессе аннигиляции (e^+e^- аннигиляция), фотоны, электроны, позитроны или ядра гелия (альфа частицы), образующиеся при ядерных реакциях, частицы, возникающие в процессе ионизации вещества космическим излучением, например, и т.д. Список источников частиц для калориметров действительно большой и охватывает практически все направления физики высоких энергий. При этом, источники частиц обладают рядом характерных особенностей: значения энергий испускаемых частиц (масштаб энергий от «мягких»: десятков эВ до «сверхвысоких энергий»: порядка ТэВ), свойствами энергетического спектра испускаемых частиц (дискретный или континуальный спектры), свойствами потока частиц (интенсивность, периодичность) и т.д.

При этом для каждого источника можно рассматривать уникальные требования к калориметру. Для исследований радиационных переходов в атомах требуется прецизионное измерение малых энергий с как можно лучшим энергетическим разрешением, в высоконагруженных экспериментах особую роль может занимать радиационная стойкость вещества калориметра или скорость обработки данных. Подобные обстоятельства указывают, что разработка калориметра для конкретной установки требует глубокого понимания тех процессов, которые являются определяющими и доминирующими в рассматриваемом эксперименте.

Во-вторых, как сказано ранее, источники информации для калориметров очень разнообразны, что вынуждает разрабатывать калориметры с учётом характеристик частиц, которые будут исследоваться на калориметре. Как следствие, возникает задача классификации калориметров. Рассмотрим этот вопрос более подробно.

1.1.3 Виды калориметров

Признаков, по которым можно провести классификацию калориметров – довольно много. Сосредоточим свое внимание лишь на некоторых из них.

Классификация по типу доминирующих частиц

Одной из самых важных характеристик калориметра является тип частиц, доминирующий в событиях. По этому принципу, принято рассматривать адронные и электромагнитные калориметры.

Адронные калориметры предназначены, в первую очередь, для измерений энергий адронов, а электромагнитные – для электронов, позитронов или фотонов. Далее будет подробно описан физический принцип, согласно которому появляется существенная разница в процессах адронной или электромагнитной калориметрии.

Классификация по структуре калориметра

По структуре калориметры принято делить на две большие группы – гомогенные и гетерогенные. Данные группы калориметров практически не имеют отличий в физических процессах, протекающий при регистрации энергий частиц, но различаются в процедуре интерпретации сигналов, возникающих при прохождении частиц.

Классификация по технической реализации

В данном направлении классификации, как правило, учитывают все геометрические и технические особенности калориметров. В частности, выделяют калориметры, построенные на множестве «элементарных» ячеек или моноячейстые калориметры. При этом ячейка калориметра, по сути, является элементарным калориметром и представляет собой самодостаточный элемент детектора, что в частности, позволяет обеспечивать такие важные характеристики как модульность или масштабируемость под нужды эксперимента. Кроме того, как раз на примере такой классификации калориметров можно наглядно продемонстрировать ранне упомянутую возможность сбора косвенных данных о частицах. Анализ структуры сигнала в различных ячейках калориметра может позволить понять направление и положение траектории частицы в пространстве, а при моноячейстой структуры такой анализ практически невозможен или крайне затруднён.

Классификация по веществу калориметра

Выделяют калориметры, основанные на органических или неорганических сцинтилляторах. Принципиальные различия в основном веществе калориметра заключаются в широком спектре свойств и характеристик вещества, таких как световыход, радиационная стойкость, прозрачность и т.д.

Данный список покрывает довольно существенную часть особенностей, на основе которых принято классифицировать калориметры.

В данной же работе, мы сосредоточим своё внимание на построении модели калориметра конкретного вида: электромагнитный гомогенный ячейстый калориметр с неорганическим сцинтиллятором (вольфрамат свинца – $PbWO_4$). Глобальных причин для такого выбора две:

1. Наличие конкретного прототипа

Основным прототипом калориметра экспериментальной установки ALICE3 является действующий калориметр экспериментальной установки ALICE – электромагнитный калориметр PHOS. PHOS – типичный представитель электромагнитных ячейстых гомогенных калориметров с неорганическим сцинтиллятором. Именно ячейки калориметра PHOS планируется использовать для построение калориметра экспериментальной установки ALICE3.

2. Наличие конкретной физической задачи в рамках экспериментов ALICE и ALICE3

Все эксперименты, которые были реализованы, являются актуальными или запланированы к проведению в будущем на Большом Адронном Коллайдере не являются экспериментами, направленными на решение какой-то одной, конкретной и узкой физической задачи. Как правило, эксперименты на БАК проводят исследования в целых «областях» физики высоких энергий. Эксперимент ALICE не является исключением. Такие особенности приводят, в том числе, к

появлению целого списка более узких физических задач, выполняемых в рамках глобальной экспериментальной программы. Каждая такая отдельно взятая задача реализуется на различных детекторах экспериментальной установки. Одной из таких задач в рамках экспериментов ALICE и ALICE3 является исследование систем кваркониев, более подробное описание которой будет представлено ниже. Данная физическая задача для своей реализации требует наличия электромагнитного калориметра, которым на данный момент является PHOS, а далее может стать калориметр, для которого и будет разработана модель в рамках представленной работы.

Поскольку модель будет разрабатываться для электромагнитного калориметра, рассмотрим подробно физические процессы, протекающие в веществе при попадании в детектор частиц.

1.1.4 Физические принципы калориметрии

Глобально, общий принцип калориметрии можно сформулировать в следующем виде: энергия частицы, попавшей в детектор, преобразуется в интерпретируемый сигнал до тех пор, пока частица не покинет физическую область калориметра или не будет полностью поглощена.

При этом, стоит описать два ключевых момента этого принципа: процесс преобразования энергии в сигнал и его последующая интерпретация. Глобально, что адронные, что электромагнитные калориметры характеризуются образованием «ливней». В таком случае, для формирования понимания процесса преобразования энергии частицы в детектируемый сигнал нам необходимо описать «ливни», возникающие в веществе при прохождении сквозь это вещество частиц.

«Ливень», развивающийся в веществе – каскадный процесс образования частиц с их последующем поглощением или вылетом, образующий древовидную структуру из треков, где в качестве корня выступает трек исходной частицы.

Для образования «дочерних» треков частица должна потерять часть своей энергии в результате взаимодействия с веществом. Существует несколько механизмов потери энергии частицами в веществе:

1. Ионизация и возбуждение
2. Тормозное излучение
3. Образование пар (в основном пары e^+e^-)
4. Эффект Комптона (для γ)
5. Ядерные взаимодействия (Сильные взаимодействия)

Кратко опишем суть приведённых способов потери энергии частицами в веществе.

Ионизация и возбуждение

Процесс ионизации и возбуждения вещества основан на взаимодействии частицы и электронов, находящихся на различных энергетических уровнях в атоме. Это основной механизм для тяжёлых заряженных частиц в широком диапазоне энергий. Пролетающая мимо атома частица с электрическим зарядом взаимодействует с

электронными оболочками атомов вещества через электромагнитное поле. В случае, если энергия, переданная электрону, будет больше некоторого критического значения, то электрон получает возможность покинуть окрестность ядра, образуя при этом электрон-ионную пару. Такой процесс называется ионизацией. Если же энергии окажется недостаточно, то электрон перейдёт на более высокий энергетический уровень, что приведёт к возбуждению атома.

Количественный способ описания процесса ионизации и возбуждения – формула Бете-Блоха [3], позволяющая оценить величину удельной потери энергии:

$$\frac{dE}{dx} = -Kz^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{2m_e \beta^2 \gamma^2 T_{max}}{I^2} \right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right] \quad (1.4)$$

где $T_{max} = \frac{2m_e \beta^2 \gamma^2}{1 + \frac{2\gamma m_e}{M} + \frac{m_e^2}{M^2}}$ – максимальная кинетическая энергия, которая может быть передана частицей с массой M свободному электрону в одном соударении. I – средний потенциал ионизации; δ – поправки, учитывающие эффект плотности среды.

Для различных частиц, зависимость величины удельной потери энергии от кинематических параметров в различных веществах представлена на (рис. 1.1).

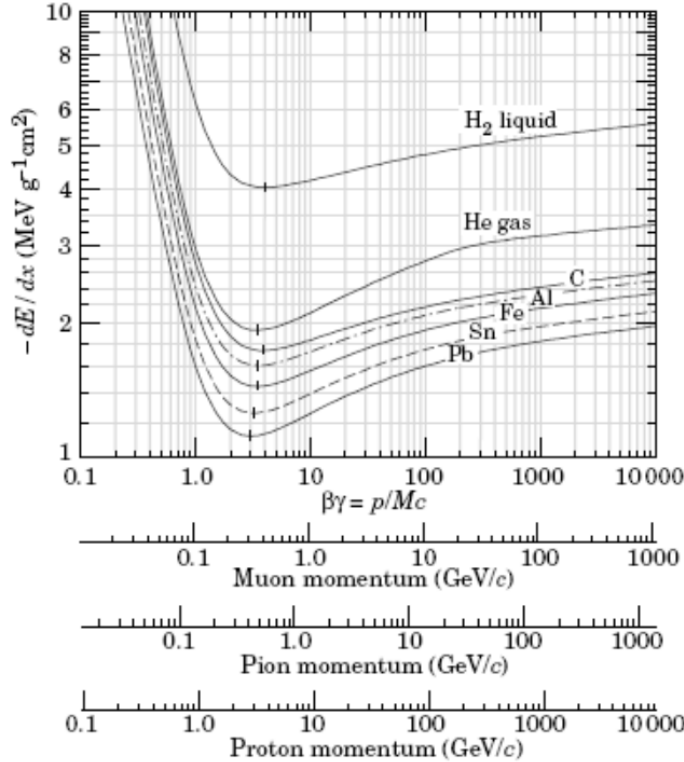


Рис. 1.1: Удельные потери энергии различными частицы в различных средах в зависимости от кинематических параметров

Тормозное излучение

Данный вид энергетических потерь в основном характерен для электронов и позитронов, так как пропорционален $\frac{1}{m^4}$. Кроме того, становится доминирующими для при высоких энергиях. Для тяжёлых частиц этот механизм пренебрежим вплоть до очень высоких энергий (> 100 ГэВ/нуклон).

Механизм заключается в появлении у заряженной частицы, пролетающей вблизи ядра, ускорения за счёт Кулоновских взаимодействий.

Зависимость величины удельной потери энергии можно описать с помощью соотношения:

$$\frac{dE}{dx} \propto \frac{Z^2}{A} \cdot E \cdot \frac{z^4}{m^4} \quad (1.5)$$

Образование электрон-позитронных пар

Электромагнитное взаимодействие с полем ядра позволяет напрямую образовывать электрон-позитронную пару. Энергия частицы тратится на кинетическую энергию и образование пары.

Эффект Комптона

Фотон упруго рассеивается на практически свободном (слабо связанном) электро-не. Фотон передаёт часть энергии электрону (который вылетает как Комптон-электрон) и изменяет направление движения (рассеянный фотон).

Ядерные взаимодействия (Сильные взаимодействия)

Данные взаимодействия важны для адронов (протонов, мезонов, ядер). Механизм становится основным при энергиях > 1 ГэВ. Частица вступает в сильное взаимодействие с ядрами вещества, вызывая их возбуждение, фрагментацию или рождение вторичных частиц (пионов, каонов и т.д.). Значительная часть энергии первичной частицы расходуется на ядерные реакции и образование вторичных частиц. Особенностью, которую стоит отметить в контексте ядерных взаимодействий, является нерегулярность (стохастичность) потерь, которые зависят от сечения сильного взаимодействия. Приводят к развитию адронного ливня, который, по сути может быть описан как некоторая суперпозиция множества электромагнитных ливней.

Кроме того, для проектирования калориметров существенным является не только количественное описание величины удельных потерь энергии в веществе, но и описание особенностей возникающих при этих процессах «ливней».

Развитие ливней зависит от характеристик материала калориметра, таких как радиационная длина X_0 для электромагнитных ливней и ядерная длина λ_I для адронных.

Электромагнитные ливни компактны и предсказуемы, развиваются преимущественно вдоль направления частицы. Основная количественная характеристика вещества, влияющая на форму ливня – радиационная длина:

$$X_0 \approx \frac{716.4A}{Z(Z+1) \ln\left(\frac{287}{\sqrt{Z}}\right)} \frac{\text{г}}{\text{см}^2} \quad (1.6)$$

При этом, задаваясь вопросом определения формы ливня, естественно возникает классическая формулировка в рекуррентных задачах, а именно, критерий остановки развития ливня. Принято считать, что критерием остановки развития ливня является достижение частицей некоторого предельного (или критического) уровня энергии. Стандартом в области калориметрии является значение критической энергии, при которой потери частицы на тормозное излучение становятся сравнимы с ионизационными потерями:

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{тормозное излучение}}(E_c) \approx \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ионизация}}(E_c) \quad (1.7)$$

Получив критерий остановки ливня, можно проанализировать структуру электромагнитного ливня. Для этого можно описать количество частиц (плотность треков в дереве ливня) и выделенную энергию в зависимости от «глубины» развития ливня.

$$\begin{cases} N(x) \approx \frac{E}{E_c} \cdot \exp\left(-\frac{x}{X_0 \cdot t_{max}}\right), & t_{max} - \text{максимальная глубина ливня} \\ E(x) \approx E \cdot 2^{-\frac{x}{X_0}} \end{cases} \quad (1.8)$$

Таким образом, легко характеризуется продольный профиль ливня – максимум ливня достигается на глубине:

$$x_{shower\ max}^{electromagnet} = \frac{\ln\left(\frac{E}{E_c}\right)}{\ln(2)} \quad (1.9)$$

А полная длина «захвата» ливня обычно определяется как 20–25 X_0 . Моделирование таких процессов часто проводится с использованием инструментария GEANT4 [6].

Кроме того, не меньший интерес представляет поперечный профиль электромагнитного ливня. Особенности развития электромагнитного ливня приводят к тому, что 90% энергии ливня заключаются в цилиндре радиуса Мольера, который напрямую определяется энергией ливня:

$$R_M \approx \frac{21 \text{ МэВ}}{E_c} \cdot X_0 \quad (1.10)$$

В (таб. 1.1) представлены характерные значения основных параметров веществ, используемых при построении электромагнитных калориметров.

Таблица 1.1: Параметры материалов для детекторов частиц

Материал	Z	X_0		E_c [МэВ]	R_M [см]
		[г·см ⁻²]	[см]		
Пластический сцинтиллятор	-	-	34.7	80	9.1
Ag (жидкий)	18	19.55	13.9	35	9.5
Fe	26	13.84	1.76	21	1.77
BGO	-	7.98	1.12	10	2.33
Pb	82	6.37	0.56	7.4	1.60
U	92	6.00	0.32	6.8	1.00
Свинцовое стекло (SF5)	-	-	2.4	11.8	4.3

Адронные ливни начинаются с адронов, таких как протоны или пионы, и включают ядерные взаимодействия, приводящие к вторичным частицам, включая нейтральные пионы, которые затем порождают электромагнитные ливни. Они более сложны, с большим поперечным разбросом и флуктуациями, зависящими от ядерной длины. Основываясь на представлениях о структуре ядерных взаимодействий и используя статистические методы, аналогично электромагнитным ливням можно получить описание профиля и адронных ливней. Опуская промежуточные выкладки, приведём окончательные результаты:

Ядерная длина в веществе может быть определена с помощью оценки:

$$\lambda_I \approx \frac{35A^{\frac{1}{3}}}{\rho} \frac{\text{г}}{\text{см}^2} \quad (1.11)$$

Структура ливня может быть описана с точки зрения распределения энергии: 30% на электромагнитную компоненту, 40% на ионизацию, оставшаяся энергия теряется (уносится нейтрино или долгоживущими состояниями, переводит ядра в длительные (относительно характерного времени рассмотрения событий) устойчивые возбуждённые конфигурации и т.д.

При этом продольный максимум ливня может быть параметризован:

$$x_{shower,max}^{hadron} \approx (0.2 \ln(E/GeV) + 0.7) \cdot \lambda_I \quad (1.12)$$

Полная длина захвата ливня обычно лежит в интервале 8-11 λ_I . Поперечная структура адронного ливня похожа на структуру электромагнитного ливня и представляет собой цилиндр радиуса λ_i , содержащий около 95% энергии ливня и включающий коаксиальную «электромагнитную компоненту» с радиусом R_M и характеризующимся резким экспоненциальным спадом на периферии.

1.1.5 Электромагнитные калориметры PHOS эксперимента ALICE и ECal эксперимента ALICE3

Как отмечалось ранее, прототипом калориметра будущего эксперимента ALICE3 является калориметр действующего эксперимента ALICE – калориметр PHOS. Подробное описание производительности PHOS представлено в [7]. На (рис. 1.2) приведены схемы экспериментальных установок. Дополнительные сведения о калориметрических системах ALICE можно найти в [8].

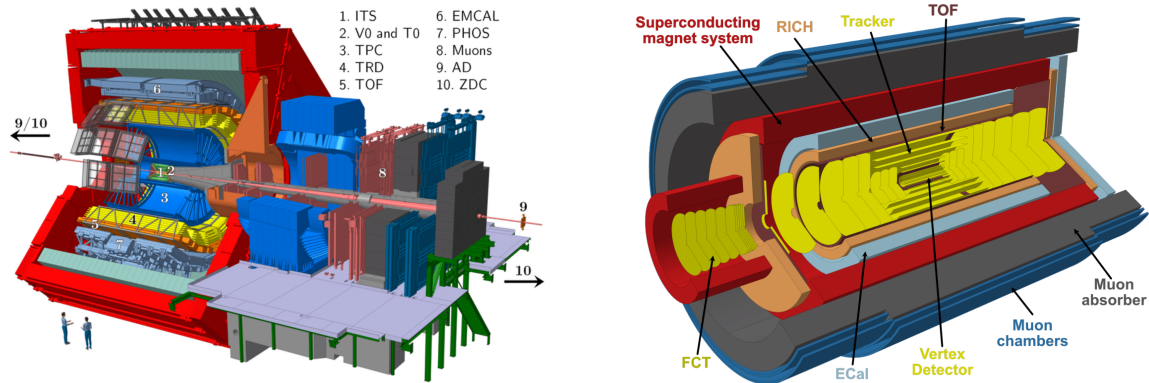


Рис. 1.2: Схема экспериментальной установки ALICE (слева) и проект экспериментальной установки ALICE3 (справа)

Калориметр PHOS состоит из примерно 20000 ячеек размером $22 \times 22 \times 180$ мм, выполненных из $PbWO_4$. Такая длина ячейки приводит к наличию примерно $20X_0$ радиационных длин на пути частиц, попавших в калориметр. Именно такая длина ячейки является достаточной для полного формирования профиля электромагнитного ливня в веществе калориметра. На (рис. 1.3) представлены изображения ячейки и модуля PHOS. Именно из этих ячеек в будущем планируется сбор части калориметра ECal. Вольфрамат свинца – материал, из которого изготовлены ячейки, обладает рядом характерных особенностей: большая плотность, относительно большая

радиационная стойкость, но при этом относительно небольшой световой выход и очень ярко выраженная температурная зависимость этой величины. Сравнительная таблица (таб. 1.2) наглядно демонстрирует разницу между основными сцинтилляторами, применяемыми при построении электромагнитных калориметров.

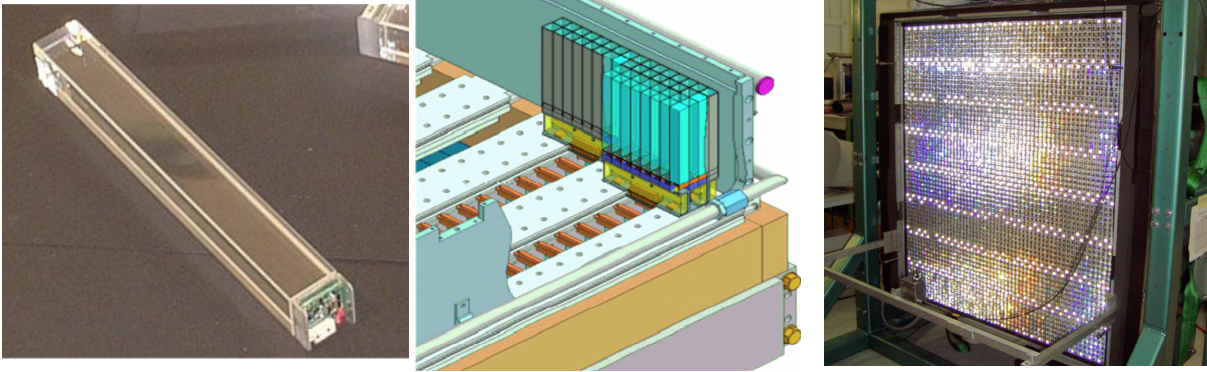


Рис. 1.3: Ячейка электромагнитного калориметра PHOS (слева), схема модуля калориметра, состоящего из ячеек (по центру), изображение собранного модуля PHOS (справа)

Таблица 1.2: Свойства некоторых сцинтилляционных материалов, использующихся при построении электромагнитных калориметров

	NaI(Tl)	BGO	CsI(Tl)	PbWO ₄
Density (cm^3)	3.67	7.13	4.53	8.28
X_0 (cm)	2.59	1.12	1.85	0.89
R_M (cm)	4.5	2.4	3.8	2.2
dE/dx_{mip} (MeV/cm)	4.8	9.2	5.6	13.0
Light yield (photons/MeV)	4×10^4	8×10^3	5×10^4	3×10^2

При этом, известны основные характеристики калориметра PHOS, в частности, энергетическое разрешение, на основе которых можно формировать ожидаемые характеристики ESCAL. На (рис. 1.4) приведены экспериментальные данные [9] измерения энергетического разрешения калориметра PHOS, которое параметризуется классическим выражением:

$$\frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{\frac{(0.013)^2}{E^2} + \frac{(0.0358)^2}{E} + (0.0112)^2} \quad (1.13)$$

В (таб. 1.3) представлены планируемые характеристики будущего калориметра. Подробное описание целей и задач эксперимента ALICE3 представлено в [10]. Дальнейшие исследования, описанные в данной работе направлены на построение модели и уточнение характеристик прецизионной части планируемого калориметра.

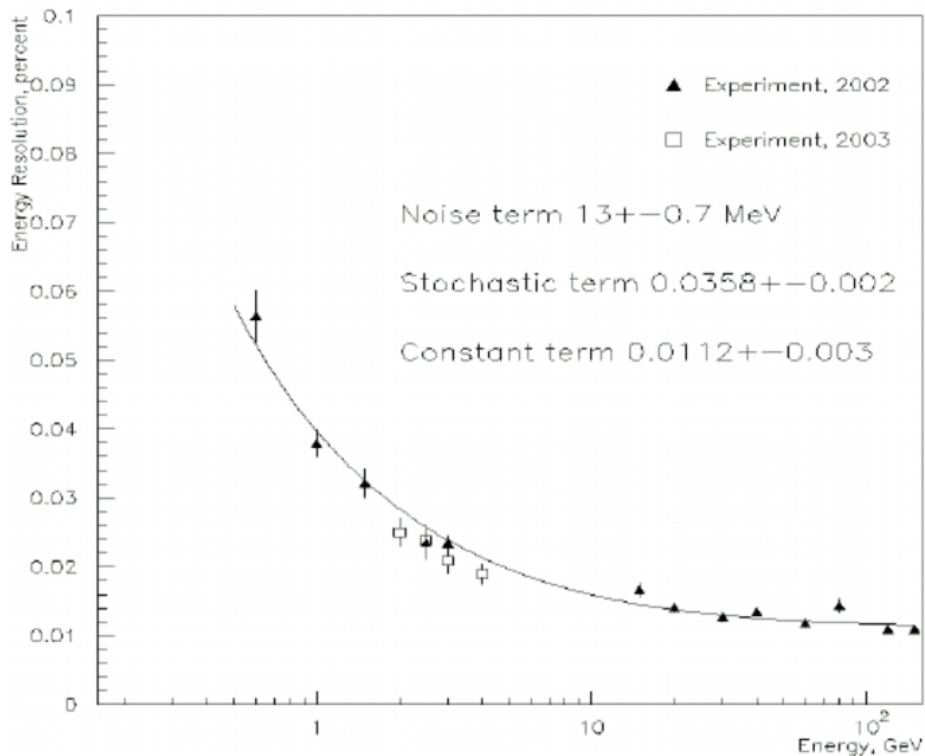


Рис. 1.4: Зависимость энергетического разрешения калориметра PHOS от энергии.

ECAL module	Barrel sampling	End-cap sampling	Barrel high-precision
acceptance	$\Delta\varphi = 2\pi,$ $ \eta < 1.5$	$\Delta\varphi = 2\pi,$ $1.5 < \eta < 4$	$\Delta\varphi = 2\pi,$ $ \eta < 0.33$
geometry	$R_{in} = 1.15$ m, $ z < 2.7$ m	$0.16 < R < 1.8$ m, $z = 4.35$ m	$R_{in} = 1.15$ m, $ z < 0.64$ m
technology	sampling Pb + scint.	sampling Pb + scint.	PbWO ₄ crystals
cell size	30×30 mm ²	40×40 mm ²	22×22 mm ²
no. of channels	30 000	6 000	20 000
energy range	$0.1 < E < 100$ GeV	$0.1 < E < 250$ GeV	$0.01 < E < 100$ GeV

Таблица 1.3: Характеристики модулей электромагнитного калориметра ECAL

1.2 Физика кваркониев

В данном разделе уделим внимание физической задаче, для решения которой в том числе планируется использование электромагнитного калориметра ECAL в эксперименте ALICE3, а именно исследование свойства экзотических состояний материи на примере состояний чармония.

1.2.1 Кварконии, как инструмент исследования экзотических состояний материи

Кварконии (связные состояния тяжелых кварк-антикварковых пар, например, $(c\bar{c}$ или $b\bar{b})$) являются уникальными зондами для исследования кварк-глюонной материи (КГМ) [11] – [12], образующейся в релятивистских столкновениях протонов и тяжелых ионов. Их спектроскопия и эволюция в среде чувствительны к деконфайнменту и термодинамическим свойствам КГМ.

Большой успех в описании спектроскопии кваркониев можно добиться при использовании потенциальных моделей. Согласно таким моделям, можно предсказать основные свойства кваркониев (таб. 1.4)[13].

Состояние	J/ψ	χ_c	ψ'	Υ	χ_b	Υ'	χ'_b	Υ''
M_i , ГэВ	3.10	3.53	3.68	9.46	9.99	10.02	10.26	10.36
ΔE_i , ГэВ	0.64	0.20	0.05	1.10	0.67	0.54	0.31	0.20
ΔM_i , ГэВ	0.02	-0.03	0.03	0.06	-0.06	-0.06	-0.08	-0.07
r_i , фм	0.50	0.72	0.90	0.28	0.44	0.56	0.68	0.78

Таблица 1.4: Предсказания спектроскопии состояний кваркониев, усредненные по спине.

Данные предсказания хорошо согласуются с наблюдаемым спектром, что позволяет использовать потенциальные модели для более глубоких исследований физических систем кваркониев. В частности, строить описания различных механизмов эволюции состояний кваркониев, таких как:

1. «Цветное экранирование» в состоянии деконфайнмента.
2. Диссоциация кваркониев при различных термодинамических параметрах.
3. Явление рекомбинации состояний.

и многих других...

1.2.2 Особенности канала распада $\chi_{cJ} \rightarrow J/\psi\gamma \rightarrow e^+e^-\gamma$

Особое внимание в рамках данной работы уделяется состояниям чармония, а именно $\chi_{cJ}(1P)$ и $J/\psi(1S)$. Совместное изучение процессов образования и эволюции этих состояний в протон-протонных, протон-ионных и ион-ионных столкновениях позволит ответить на очень большое количество вопросов в области термодинамики кварк-глюонной материи в состоянии деконфайнмента. Результаты таких исследований в эксперименте ALICE представлены, в частности, в [14].

Рассматриваемый канал $\chi_{cJ} \rightarrow J/\psi\gamma \rightarrow e^+e^-\gamma$ позволяет выделить «электромагнитную систему», образующуюся в событиях, с помощью электромагнитного калориметра. Данный подход, как было показано в ряде работ, не лишён недостатков, в частности, выдвигает очень жёсткие требования к калориметру, используемому в процессе регистрации конечных состояний, но при наличии такого калориметра позволяет достичь регистрации отдельных состояний χ_{c1} и χ_{c2} . Более подробное описание физических особенностей кваркониев, а также теоретических и экспериментальных результатов их исследований можно найти в работах.

Глава 2

Разработка и исследование модели электромагнитного калориметра

Рассмотрим количественные характеристики, которыми обладают электромагнитные калориметры.

2.1 Характеристики и свойства электромагнитных калориметров

Поскольку основной задачей электромагнитных калориметров является измерение энергий, выделенных частицей (электрон, позитрон, фотон и др.) при попадании в детектор и реконструкция параметров частицы (энергия и параметры трека), то необходимо понять, с какой точностью можно восстановить значения этих параметров, и от чего эта точность зависит. Для этого можно рассмотреть две характеристики – энергетическое и координатное разрешение калориметра.

2.1.1 Энергетическое разрешение

Энергетическое разрешение калориметра — это мера того, насколько точно реконструируется энергия падающей частицы. Оно обычно выражается через формулу:

$$\frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{\frac{a^2}{E^2} + \frac{b^2}{E} + c} \quad (2.1)$$

Рассмотрим физические аспекты, влияющие на величины a, b, c , определяющие энергетическое разрешение калориметра.

Шумовой член

Шумовой член связан с внутренним шумом системы детектирования, который не зависит от энергии падающей частицы. Этот шум возникает из-за следующих факторов:

1. Электронный шум: случайные колебания в усилителях или других элементах электроники
2. Тепловой шум: флуктуации, связанные с температурой детектора
3. Темновой ток: спонтанное производство зарядов в фотодетекторах (например, фотодиодах или фотоумножителях) в отсутствие сигнала.

Данный член является основным при малых значениях энергий и, по сути, приводит к практически полностью отсутствующей возможности регистрации событий с очень маленькой энергией (порядка значения a). В первую очередь определяется электроникой, ответственной за сбор данных, поэтому далее рассматриваться не будет.

Стохастический член

В прошлой главе мы подробно рассмотрели физические процессы, характеризующие взаимодействия частиц с веществом. Общим свойством всех рассмотренных процессов является их дискретность – каждый акт взаимодействия может рассматриваться самостоятельно. Кроме того, в каждом акте взаимодействия величина выделяемой энергии, пропорциональна энергии частицы на момент взаимодействия. Совокупность таких обстоятельств приводит к стохастическим флуктуациям, в первую очередь – флуктуациям числа фотоэлектронов в сцинтилляторах, попавших на фотодиод или фотоумножитель. Данные флуктуации могут быть описаны с помощью статистики Пуассона, где неопределенность уменьшается пропорционально $\frac{1}{\sqrt{N}}$, а из свойств дискретности следует, что $N \sim E$, что и даёт соответствующий член $\frac{b}{\sqrt{E}}$ в выражении (2.1).

b – коэффициент, зависящий от типа калориметра и свойств материала (плотность, световыход, радиационная длина и др.). При моделировании данный коэффициент является основным объектом исследования.

Постоянный член

Постоянный член отражает систематические эффекты, которые не зависят от энергии частицы. Эти эффекты связаны с конструкцией калориметра и процессом его калибровки. Основные источники включают:

1. Ошибки калибровки: неточности в установлении энергетической шкалы или нелинейности в отклике детектора.
2. Неоднородности: различия в отклике разных частей калориметра из-за вариаций в материале или сборке.
3. Энергетические потери в областях калориметра, которые поглощают энергию, но не регистрируют сигнал (например, структурные элементы или зазоры между активными зонами).

Эти факторы вносят фиксированную неопределенность в измерение энергии, которая не уменьшается с ростом энергии. Постоянный член с обычно является нижним пределом разрешения калориметра, даже при очень высоких энергиях. Его значение можно минимизировать с помощью тщательной калибровки, улучшения однородности детектора или снижения количества неэффективного вещества.

Постоянный член, как правило, имеет решающий вклад в адронной калориметрии, а у однородных сцинтилляционных электромагнитных калориметров основной вклад вносит именно стохастический член.

2.1.2 Координатное разрешение

Координатное разрешение уже более сложная характеристика калориметра. В первую очередь отметим, что содержательное рассуждение о координатном разре-

нии можно проводить при рассмотрении кластеров энергии, т.е. в детекторах, имеющих явную ячеистую структуру. При этом, критическими обстоятельствами, влияющими на координатное разрешение являются алгоритмы кластеризации и определения центра «масс» кластера. Так как с увеличением энергии сам кластер энерговыделения становится статистически более устойчивым, то координатное разрешение улучшается. Координатное разрешение электромагнитных калориметров хорошо описывается соотношением (2.2).

$$\sigma_x = a + \frac{b}{\sqrt{E}} \quad (2.2)$$

Временное разрешение

Поскольку процесс реконструкции энергий частиц, попавших в калориметр, представляет собой совокупность различных этапов, возникает рассуждение о времени, которое будет занимать весь процесс сбора и преобразования данных. Есть несколько источников трудностей в вопросах определения времени процесса энерговыделения и сбора статистики. В первую очередь, стоит рассуждать о темпе сигнальных событий в калориметре, так как слишком большое время регистрации событий может приводить к «перекрытию» событий. Во вторую очередь, стоит помнить, что на развитие и формирование ливня, а также на прохождение и регистрацию сигнала тоже требуется время. В итоге, существует некоторое оптимальное время, в течение которого стоит считывать сигнал. Для наглядности, на (рис. 2.1) представлены некоторые временные зависимости различных физических величин.

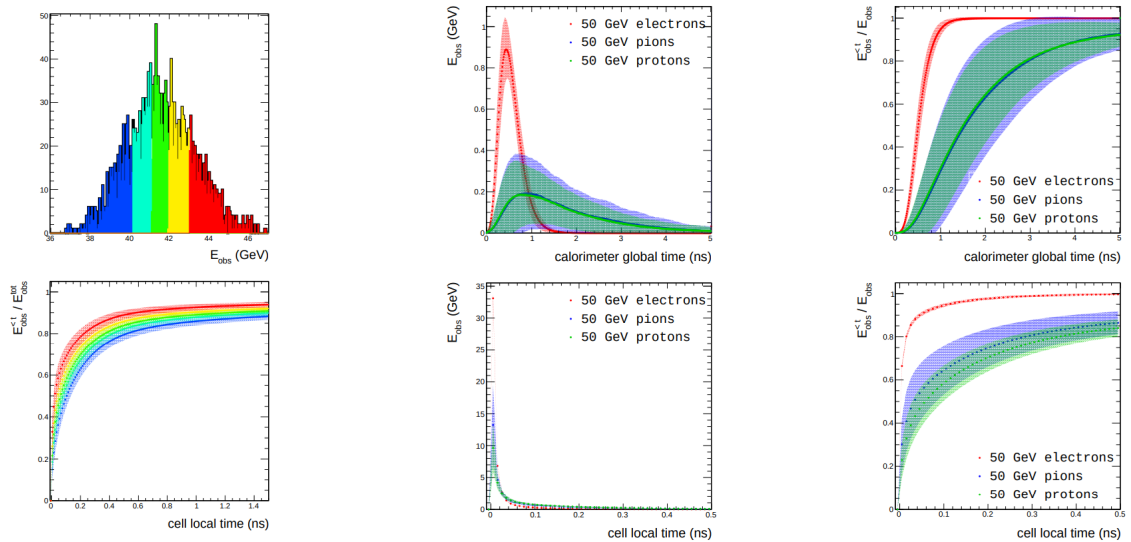


Рис. 2.1: Гистограмма распределения энергии кластера, зарегистрированного от момента триггера в течение различных диапазонов времени (верхний ряд, слева) и отношение энергии, «наблюдаемой» в течение времени t от момента триггера, к полной собранной энергии (нижний ряд, слева) для частиц, имеющих фиксированную энергию. Темп набора энергии в зависимости от вида частиц (по центру) и зависимость доли «набранной» энергии от времени

Поскольку временное разрешение преимущественно определяется используемой электроникой, то в процессе анализа модели электромагнитного калориметра будем рассматривать всю «наблюдаемую» в ячейке энергию, без рассмотрения сложных

временных зависимостей. Тем не менее, важно отметить, что конкретные особенности временного разрешения используемой электроники могут довольно значительно влиять на энергетическое и координатное разрешения.

2.2 Задачи, возникающие в процессе моделирования электромагнитного калориметра

В первую очередь, при моделировании электромагнитного калориметра необходимо убедиться, что полученная модель удовлетворяет общим законам и принципам электромагнитной калориметрии, а также хорошо согласуется с результатами измерения основных характеристик калориметра-прототипа, таких как энергетическое, временное или координатное разрешения, если таковой имеется.

Для калориметра ECAL эксперимента ALICE3, как уже отмечалось ранее, прототипом является действующий электромагнитный калориметр PHOS, поэтому одна из основных задач – сравнение характеристик модели ECAL и PHOS.

Обратим внимание на ключевую характеристику калориметра – энергетическое разрешение. Энергетическое разрешение модели ECAL можно оценить с помощью моделирования процесса регистрации фотонов. При этом, важно отметить, что на энергетическое разрешение калориметра влияют не только свойства самого калориметра, но и его расположение в экспериментальной установке. Такое влияние объясняется наличием дополнительного вещества перед калориметром, которое будет приводить к потере частицей энергии при прохождении через вещество перед калориметром. В результате, реконструированная энергия будет как меньше по абсолютному значению, так и будет иметь больший статистический разброс, что приведёт к ухудшению энергетического разрешения.

Для экспериментальной установки ALICE3 не выбрана окончательная конфигурация, и относительно расположения модулей ECAL имеется 2 опции, проиллюстрированные на (рис. 2.2).

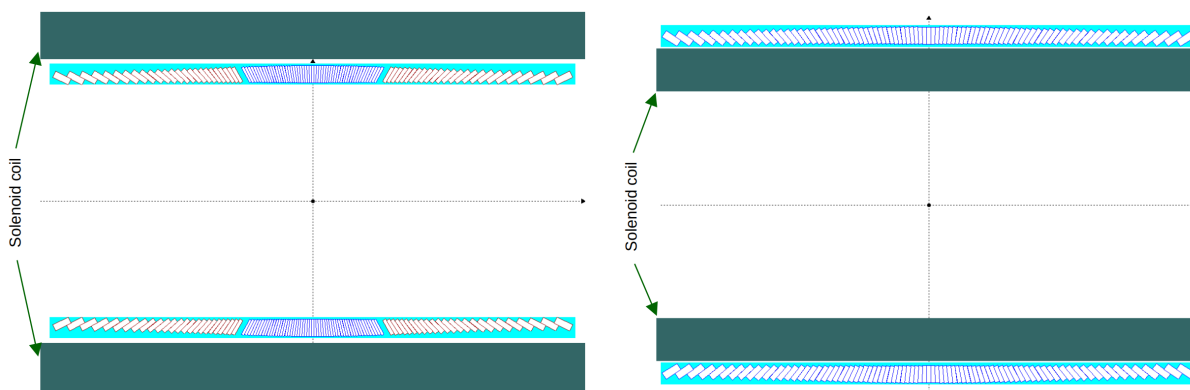


Рис. 2.2: Две возможные конфигурации экспериментальной установки ALICE3: калориметр находится внутри обмоток магнита ($\sim 0X_0$ дополнительного вещества перед калориметром, слева) или вне обмоток магнита ($\sim 1.3X_0$ дополнительного вещества перед калориметром, справа)

Моделирование электромагнитного калориметра в двух описанных конфигурациях, а также исследование влияния расположения модуля калориметра на возможность регистрации состояний чармония может оказать влияние на итоговую конфигурацию экспериментальной установки, потому рассматривается как первостепенная

задача. Кроме того, получение алгоритма реконструкции событий с помощью модуля электромагнитного калориметра будет полезно не только в рамках исследования возможности регистрации состояний чармония в эксперименте ALICE3, но и в общей задаче калориметрии.

В рамках данной работы, результатом моделирования будем рассматривать алгоритм реконструкции события, в котором частица попала в калориметр, выделила в ячейках некоторое количество энергии, после чего на основе значений энергий в ячейках происходит статистическая обработка, эмулирующая работу считывающей электроники. По итогу, из «обработанных» ячеек строится кластер, суммарная энергия которого и присваивается попавшей в калориметр частице. Благодаря возможности широкой конфигурации начальных состояний (в первую очередь, можно определить любой произвольный спектр энергий для произвольного вида частиц), можно выделить статистически обеспеченные зависимости между различными величинами, что позволит сделать ряд выводов и о характеристиках калориметра, и о потенциале его использования в конкретных физических задачах.

2.2.1 Моделирование фотонов фиксированной энергии

Сгенерируем ансамбль данных, которые будут представлять собой результаты реконструкции событий для фотонов фиксированных энергий в широком диапазоне значений начальных энергий, для определения величины энергетического разрешения.

Рассмотрим пример классического результата такого события, изображённый на (рис. 2.3):

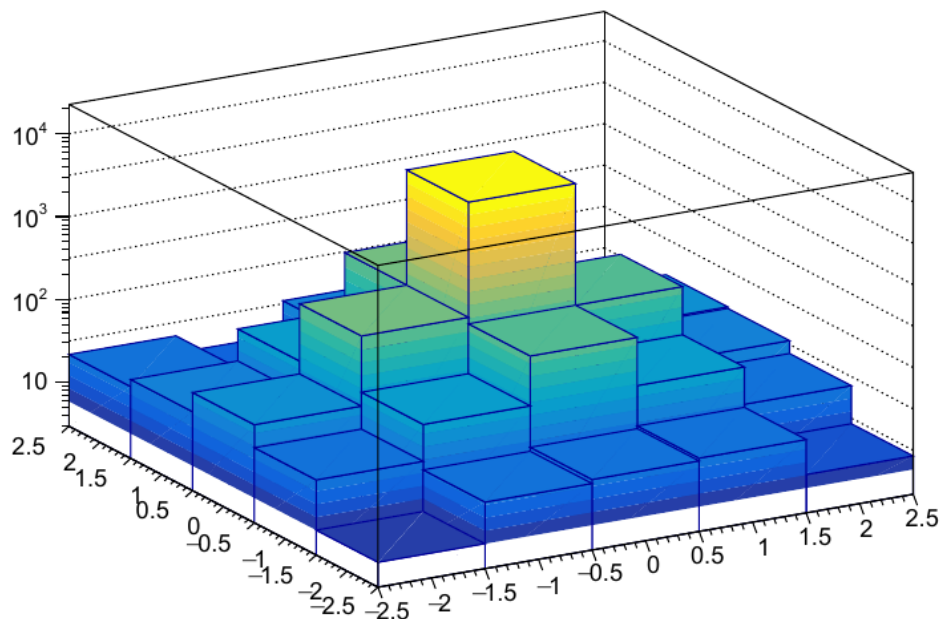


Рис. 2.3: Энергия, выделенная фотоном в ячейках калориметра. Начальная энергия фотона – 10 ГэВ

Как видно, при энергиях, которые соответствуют характерному спектру энергий фотонов, рождающихся в процессе образования и распадов состояний чармоний, фотоны выделяют энергию, лежащую выше порога шума регистрирующей электроники (\sim МэВ) в довольно большом количестве ячеек. В связи с чем, естественно возникает задача определения характерного кластера, сопоставляемого фотону, попавшему

в калориметр. Для определения оптимального размера такого кластера ячеек, рассмотрим, как зависит количество «зажжённых» ячеек от энергии фотона, попавшего в калориметр. Данная зависимость представлена на (рис. 2.4)

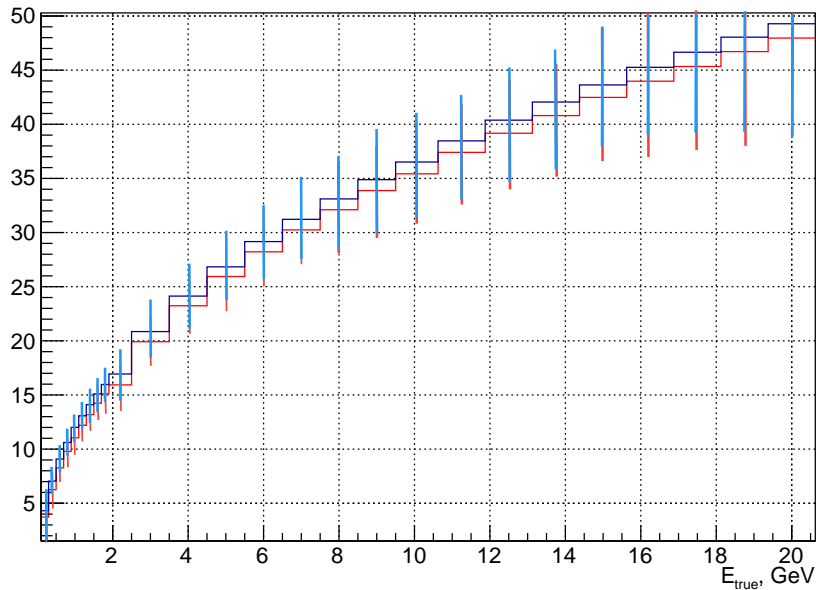


Рис. 2.4: Среднее количество ячеек, в которых была выделена ненулевая энергия при попадании фотона для различных энергий фотона в двух конфигурациях экспериментальной установки: синий – $0X_0$, красный – $1.3X_0$ дополнительного вещества перед калориметром

Принимая во внимание данный результат, а так же характер экспоненциального затухания ливня в радиальном направлении, достаточно рассматривать кластер квадратной формы с размером 3×3 вокруг ячейки с максимальным значением выделенной энергии. Такое приближение хоть и кажется довольно грубым, на практике позволяет качественно проводить процедуру реконструкции одиночных событий. В целях подтверждения такого предположения можно рассмотреть, какую долю выделенной энергии будет содержать кластер по отношению ко всей выделенной энергии, а так же по отношению к истинной энергии фотона. Описанные зависимости представлены на (рис. 2.5 - 2.6).

Как можно заметить, разница между двумя конфигурациями становится ощутимой при рассмотрении низких энергий. Кроме того, поведение отношения энергии кластера к истинной энергии практически одинаково в обеих конфигурациях, поэтому сосредоточим своё внимание именно на отношении энергии кластера к полной выделенной энергии. Для наглядности, изобразим данные отношения на одной системе координат (рис. 2.7).

Сравнение поведения данной величины для двух конфигураций позволит сделать первый вывод касательно влияния дополнительного вещества: при наличии большого количества вещества перед калориметром практически невозможно проводить реконструкцию событий с мягкими фотонами (Энергия фотона порядка сотен МэВ).

При этом, реконструкция событий может быть проведена при наличии фотонов энергий больше 1 ГэВ с достаточной степенью точности, вне зависимости от выбранной конфигурации экспериментальной установки. С другой стороны, помимо воз-

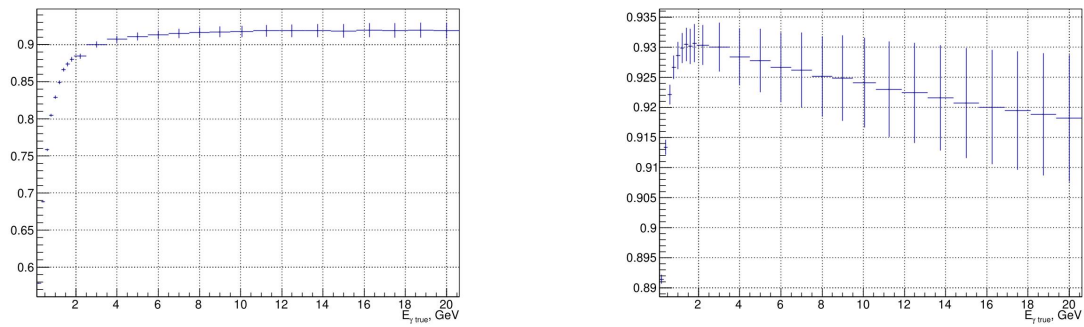


Рис. 2.5: Зависимость отношения энергии кластера к истинной энергии фотона от истинной энергии фотона в случае с $1.3X_0$ (слева) и $0X_0$ (справа) дополнительного вещества перед калориметром

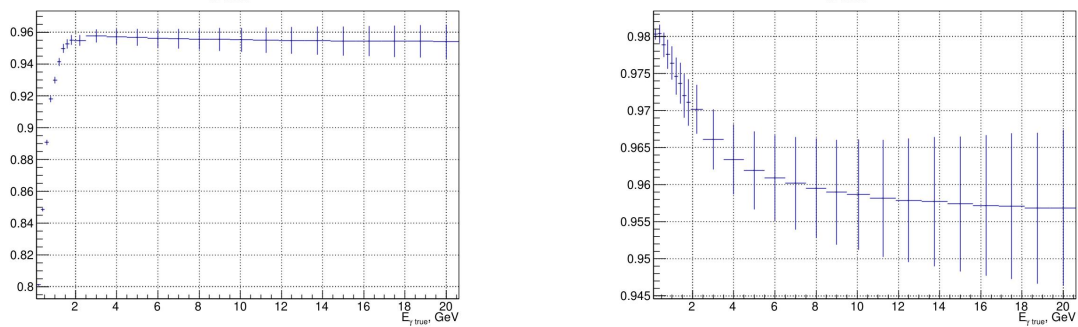


Рис. 2.6: Зависимость отношения энергии кластера ко всей энергии, выделенной фотоном, от истинной энергии фотона в случае с $1.3X_0$ (слева) и $0X_0$ (справа) дополнительного вещества перед калориметром

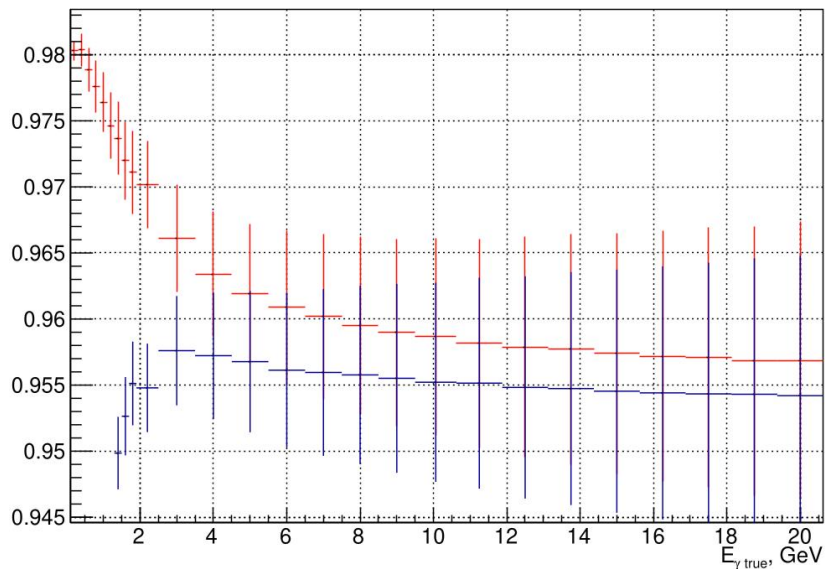


Рис. 2.7: Зависимость отношения энергии кластера ко всей энергии, выделенной фотоном, от истинной энергии фотона в случае с $1.3X_0$ (слева) и $0X_0$ (справа) дополнительного вещества перед калориметром

возможности реконструировать события, необходимо учитывать и разрешение, которое будет иметь калориметр, и на которое напрямую влияет конфигурация. Перейдём к обсуждению оценки энергетического разрешения калориметра в двух условиях: с веществом и без перед калориметром.

Для этого рассмотрим распределения энергий фотонов (здесь и далее под энергией фотона будем подразумевать энергию кластера, соответствующего данному фотону, если не оговорено иное) реконструированных после моделирования попадания в калориметр фотонов фиксированных энергий (рис. 2.8). Алгоритм реконструкции кластера имеет несколько шагов:

1. Для каждой ячейки калориметра рассматривается энергия, выделенная в данной ячейке. С помощью некоторой величины, определяемой эмпирически, выделенная энергия переводится в количество фотоэлектронов, попавших на вход регистрирующей электроники.
2. Посчитанное количество фотоэлектронов испытывает два преобразования. Во-первых, разыгрывается случайное число, согласно распределению Пуассона, где в качестве параметра распределения берётся истинное значение числа фотоэлектронов. Во-вторых, разыгрывается другое случайное число, уже согласно распределению Гаусса, с параметрами: средним, равным ранее искажённому числу, и стандартным отклонением, равным 0.7 % от искажённого числа. По итогу таких преобразований получаем реалистичное значение числа фотоэлектронов, попавших на регистрирующую электронику.
3. Искражённое число фотоэлектронов обратно переводится в энергию с помощью величины, описанное в п.1
4. Если полученное значение энергии в ячейке больше 1 МэВ, то оно фиксируется, иначе энергия в ячейке считается 0 (уход под порог шума регистрирующей электроники).
5. Энергия кластера вычисляется как сумма энергий ячеек из квадрата 3×3 с центром в ячейке с локально наибольшим значением энергии.
6. Вычисляются также и координаты центра масс кластера. Для этого используется взвешенная сумма координат центров ячеек:

$$x, y \text{ cluster center} = \frac{\sum_{i=1}^9 w_i \cdot x, y_i}{\sum_{i=1}^9 w_i} \quad (2.3)$$

где

$$w_i = \begin{cases} \log\left(\frac{E_i}{E_{cluster}}\right) + 4.5, & w_i > 0 \\ 0, & w_i \leq 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

Данный подход позволяет учесть форму ливня и линейно сопоставлять точку попадания частицы в калориметр с центром кластера, реконструированного для данной частицы. Кроме того, благодаря определению координат центра кластера можно оценить координатное разрешение калориметра.

Заострим внимание на константе конвертации энергии, выделенной в ячейке, в число фотоэлектронов. Данная константа напрямую связана как с физическими особенностями вещества (световыход), так и с техническими характеристиками регистрирующей электроники. В рассматриваемой модели эта величина является ведущим параметром, влияющим на свойства модели. Ранее было указано, что значение этой величины можно определить эмпирически. В рамках данной работы мы проводим эту оценку с помощью построения точной модели калориметра PHOS. Как будет показано далее, вариация параметра конвертации выделенной энергии в фотоэлектроны и обратно напрямую влияет на энергетическое разрешение. Таким образом, можно найти значение константы, соответствующее реальному энергетическому разрешению PHOS. С целью решения такой задачи, рассмотрим зависимость стохастического члена энергетического разрешения от константы конвертации, а затем, с помощью метода обратной табличной интерполяции получим возможность для любого значения стохастического члена получать необходимое значение константы. В связи с выше описанным алгоритмом действий, все дальнейшие рассуждения повторялись для различных значений констант конвертации, чтобы собрать достаточное количество данных для решения задач обратной табличной интерполяции. Теперь, перейдём непосредственно к получению параметризации энергетического разрешения.

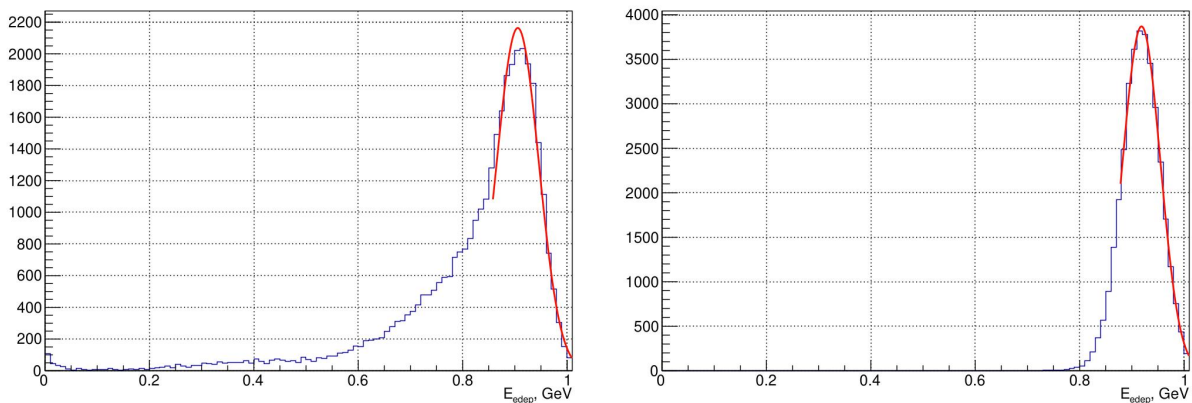


Рис. 2.8: Спектры энергий реконструированных фотонов при истинной энергии 1 ГэВ, частично профитированные гауссовым распределением. Слева – $1.3X_0$, справа – $0X_0$ дополнительного вещества перед калориметром

Ширина распределений, описанных выше, напрямую определяет значение коэффициентов, параметризующих энергетическое разрешение.

Алгоритм, реализуемый для поиска параметризации разрешения, имеет следующие этапы:

1. Для некоторого значения константы конвертации воспроизводим алгоритм реконструкции фотона.
2. Строим распределение энергий реконструированных фотонов для фиксированного набора энергий из некоторого дискретного набора.
3. Фитируем пик получаемых спектров распределением Гаусса, взяв в качестве среднего – положение максимума пика.
4. В результате, имеем характерное значение ширины распределения – стандартное отклонение распределения Гаусса из результатов фита.

5. Строим зависимость величины отношения $\frac{\sigma_E}{E_{mean}}$ от начальных энергий, взятых из некоторого дискретного набора.
6. Получаемую зависимость фитируем стандартной функцией параметризации энергетического разрешения без шумового члена (2.1)
7. В качестве результата фита, получаем значения b, c – стохастического и константного члена в распределении.

По итогу, получаем следующие результаты параметризации энергетического разрешения для различных конфигураций установки (рис. 2.9).

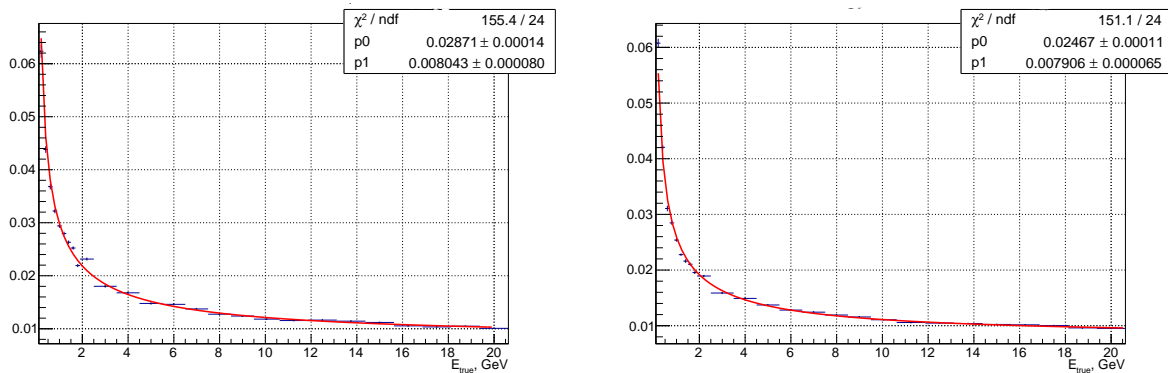


Рис. 2.9: Параметризация энергетического разрешения калориметра при $1.3X_0$ (слева) и $0X_0$ (справа) дополнительного вещества перед калориметром

Для наглядности, изобразим данные параметризации в одной системе координат (рис. 2.10)

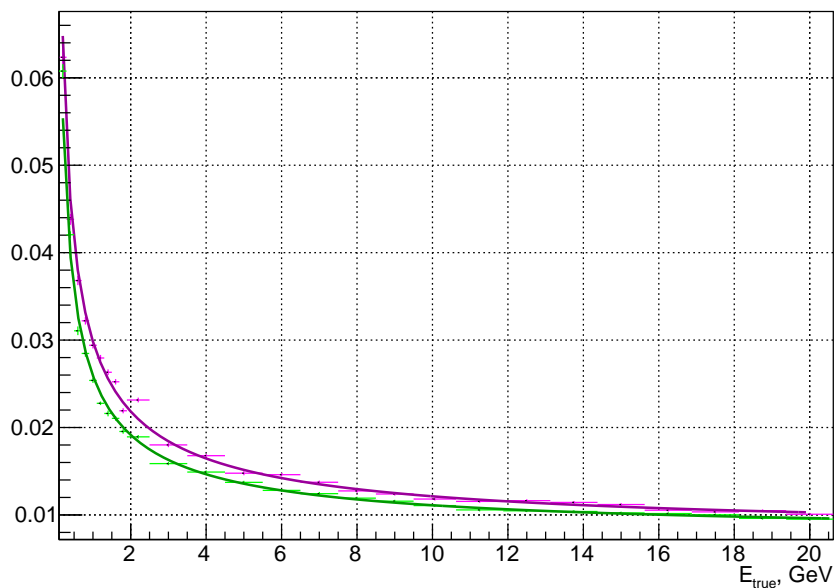


Рис. 2.10: Энергетические разрешения калориметра при $1.3X_0$ (фиолетовый) и $0X_0$ (зелёный) дополнительного вещества перед калориметром

Как и ожидалось, дополнительное вещество перед калориметром ощутимо влияет на энергетическое разрешение. Теперь, для валидации полученной модели, построим интерполяционные многочлены, с помощью которых эмпирически установим соответствие между константой конвертации энергии в фотостатистику и стохастическим членом энергетического разрешения PHOS. Для этого повторим реализацию алгоритма определения энергетического разрешения для некоторого возможного набора значений констант конвертации и воспользуемся табличной интерполяцией.

В результате, получаемая зависимость стохастического коэффициента от константы конвертации для различных конфигураций имеет вид (рис. 2.11):

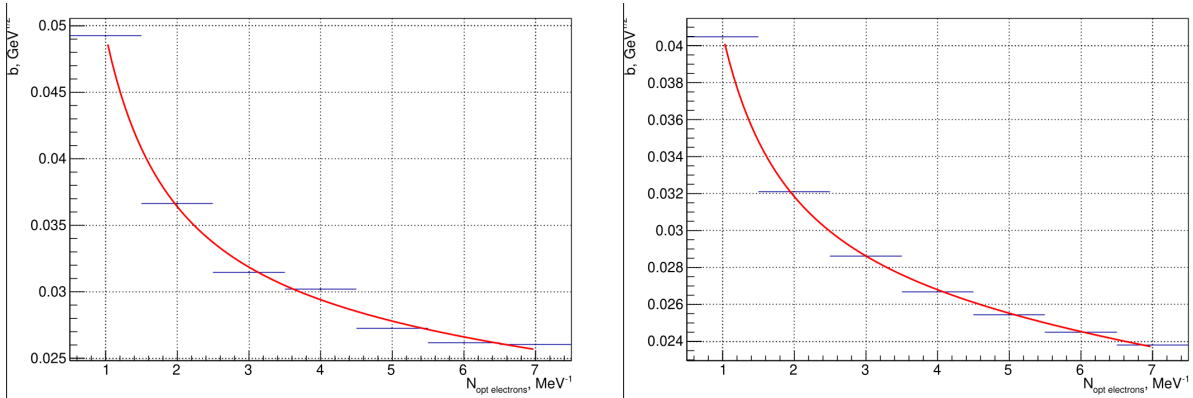


Рис. 2.11: Зависимость стохастического коэффициента в параметризации энергетического разрешения калориметра от константы конвертации с интерполяционным многочленом для случая $1.3X_0$ (слева) и $0X_0$ (справа) дополнительного вещества перед калориметром

Таким образом, теперь можно в точности воссоздать поведение электромагнитного калориметра PHOS, который является прототипом для моделируемого калориметра ECAL.

2.2.2 Исследование отклика электронов и позитронов в модели электромагнитного калориметра

Поскольку электромагнитный калориметр ECAL потенциально может использоваться еще и для регистрации электрон-позитронной пары, образующейся от распада J/ψ в процессе эволюции кваркониев, то отдельного внимания заслуживает поведение электронов и позитронов в электромагнитном калориметре. В первую очередь, возникает вопрос идентификации. Электроны, попавшие в прецизионную часть калориметра ECAL, пройдут через трековую систему. Таким образом, для треков, которые будут заряжены (поскольку электрон и позитрон имеют заряд), мы будем иметь значение импульса. В результате реконструкции частицы в калориметре мы восстановим энергию, а значит, полностью определим 4-импульс частицы. Соответственно, возникает задача классификации: соотношение импульса и энергии частицы, реконструированных в событии, типу частицы. Самое банальное решение – определение массы этого трека. К сожалению, по ряду технических причин, такой метод нереализуем. Альтернативным способом отбора кандидатов в электрон-позитронную пару может послужить отношение реконструированной энергии к импульсу. Основание такой классификации имеет конкретное физическое обоснование: электроны и позитроны принципиально отличаются от других видов частиц, которые могут попасть в калориметр. Электроны и позитроны в калориметрических ячейках испытывают

чисто электромагнитные взаимодействия, в отличие от тех же самых адронов, например π^\pm . Мюоны же, которые аналогично испытывают только электромагнитные взаимодействия, представляют собой m.i.p в области характерных энергий, поэтому энергия, выделенная мюонами, будет, как правило, сильно меньше, чем их истинная энергия. В свете этих фактов, поведение электронов и позитронов в калориметре очень похоже на поведение фотона: они выделяют почти всю энергию, которую имеют и энергосодержание соответствует чисто электромагнитному ливню.

В таком случае, можно сформулировать требование к трекам-кандидатам в электроны и позитроны:

$$\frac{E_{reco}}{p_{reco}} \in (\mu(p_{reco}) - \alpha \cdot \sigma(p_{reco}), \mu(p_{reco}) + \beta \cdot \sigma(p_{reco})) \quad (2.5)$$

Где $\mu(p_{reco}), \sigma(p_{reco})$ – параметризованные зависимости отношения $\frac{E}{p}$ для истинных электронов, полученные путём анализа отклика электронов в калориметре, а параметры α, β – свободные параметры, определяемые эмпирически.

Для получения указанных параметризаций, рассмотрим отношение энергии электрона, реконструированной в калориметре, к импульсу, который реконструирован в трековой системе с заданным разрешением ($\frac{\sigma_p}{p} = 0.015$). Повторяя алгоритмы реконструкции, описанные ранее, получаем характерные спектры, приведённые на (рис. 2.12 - 2.13).

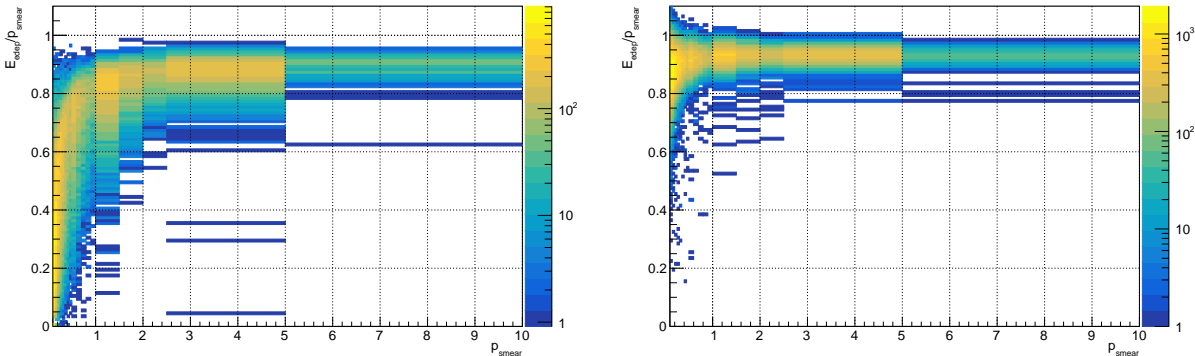


Рис. 2.12: Спектры $\frac{E}{p}$ для электронов и позитронов, с $1.3X_0$ (слева) и $0X_0$ (справа) дополнительного вещества перед калориметром

Теперь, получив спектры при некоторых значениях импульса, профитируем спектр распределением гаусса, аналогично используя алгоритм, описанный ранее). Построим и профитируем получившиеся зависимости. В результате получем параметризации $\mu(p_{reco}), \sigma(p_{reco})$, представленные на (рис. 2.14 и 2.15).

Теперь, выбирая α и β можно очень удобно и легко варьировать критерий для треков-кандидатов в электроны и позитроны.

Можно подвести локальный итог. С помощью программного комплекса Geant4 удалось построить модель электромагнитного калориметра ECAL экспериментальной установки ALICE3, прототипом которого является действующий электромагнитный калориметра PHOS установки ALICE. Модель валидирована путём сравнения свойств модели и реального прототипа – калориметра PHOS. Кроме того, рассмотрены и проанализированы факторы влияния конфигурации экспериментальной установки ALICE3 на свойства планируемого калориметра. Исследованы основные характеристики калориметра, являющиеся критически важными в рамках задачи ис-

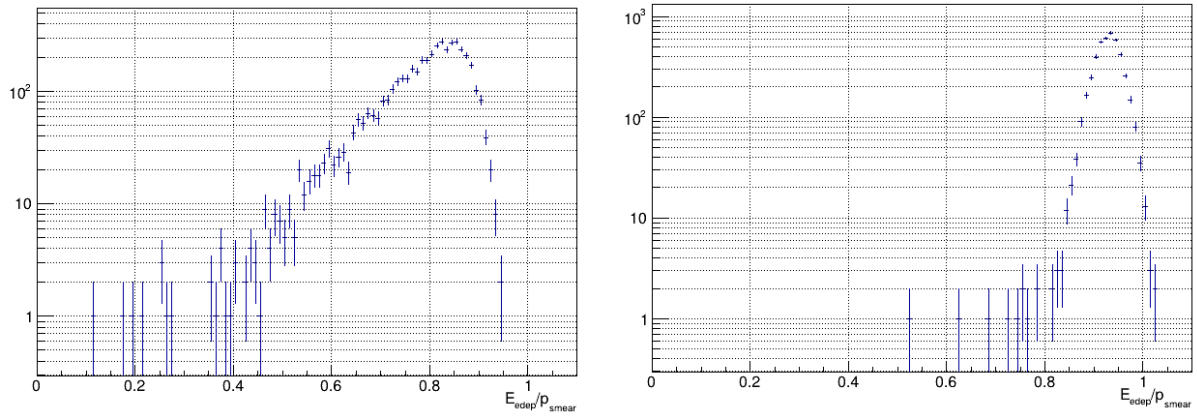


Рис. 2.13: Спектр $\frac{E}{p}$ при $1 \text{ ГэВ}/c \leq p \leq 1.5 \text{ ГэВ}/c$ для электронов и позитронов, с $1.3X_0$ (слева) и $0X_0$ (справа) дополнительного вещества перед калориметром

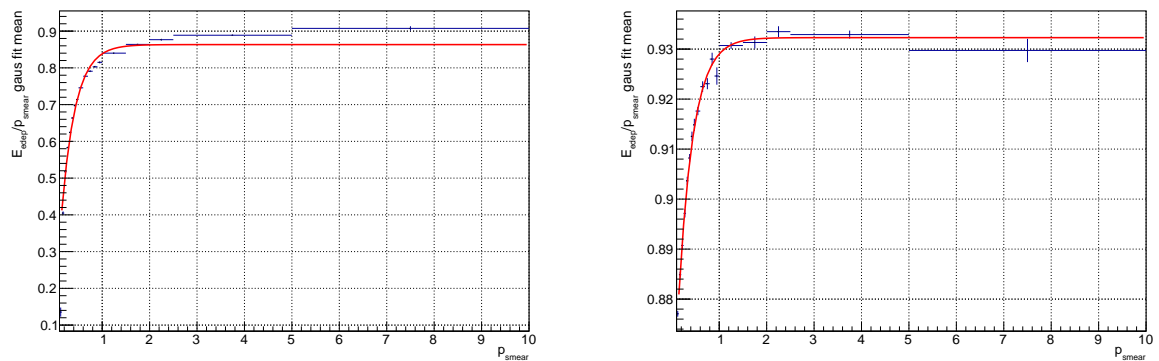


Рис. 2.14: Зависимость $\mu(p)$ с $1.3X_0$ (слева) и $0X_0$ (справа) дополнительного вещества перед калориметром

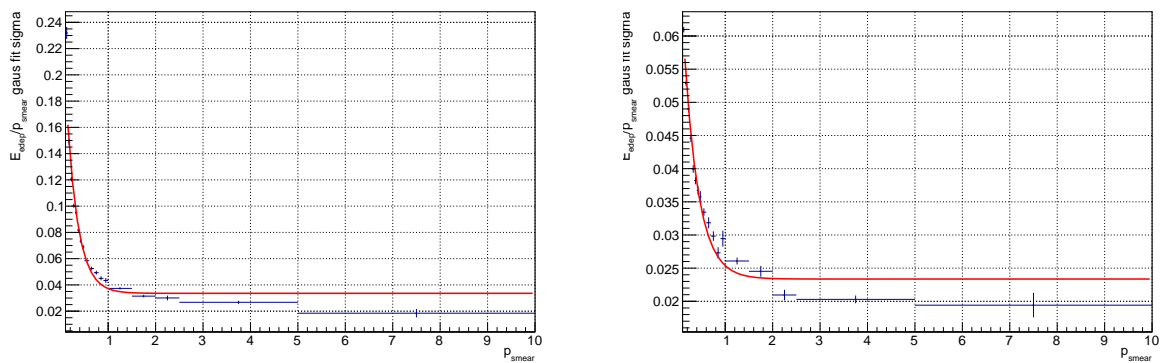


Рис. 2.15: Зависимость $\sigma(p)$ с $1.3X_0$ (слева) и $0X_0$ (справа) дополнительного вещества перед калориметром

следования возможности регистрации состояний чармония в эксперименте ALICE3 на БАК.

Глава 3

Анализ сигнальных событий распада чармония $\chi_{cJ} \rightarrow J/\psi\gamma \rightarrow e^+e^-\gamma$

Построив модель электромагнитного калориметра ECAL будущего эксперимента ALICE3, мы получаем возможность исследования возможности регистрации состояний чармония. Для этого, рассмотрим для начала сигнальные события, чтобы статистически определить, насколько конфигурация эксперимента и параметры калориметра позволяют сепарировать различные состояния χ_c , а кроме того, оценить ограничения на параметры, которые могут быть реконструированы для этих состояний.

Ступенчатая схема распада $\chi_{cJ} \rightarrow J/\psi\gamma \rightarrow e^+e^-\gamma$ вынуждает очень аккуратно подходить к реконструкции сигнальных событий. Так, не любая тройка конечных состояний (e^+ , e^- , γ) будет удовлетворять топологии рассматриваемого канала. Необходимо дополнительно накладывать ограничения на электрон-позитронную пару – продукт распада состояния J/ψ .

Кроме того, помимо ограничений на электрон-позитронную пару, можно рассматривать дополнительные ограничения на конечное состояние. Так, полезно обратить внимание на область фазового пространства на диаграмме Арментаероса-Подольянского и многие другие аспекты. Рассмотрению данных вопросов и посвящена данная глава.

3.1 Анализ промежуточного состояния $J/\psi\gamma$

3.1.1 Гипотеза J/ψ – отбор кандидатов среди e^+e^- пар

Для начала, рассмотрим состояние J/ψ – промежуточное состояние в процессе распада чармония. Ранее уже было отмечено, что наличие данного состояния существенно ограничивает фазовый объем, доступный электрону и позитрону. В первую очередь, ограничение связано с инвариантной массой электрон-позитронной пары. Рассмотрим спектр масс e^+e^- , которые заведомо произошли от распада J/ψ . Будем считать, что электрон и позитрон полностью определяются без калориметра. В таком случае, 4-импульсы частиц формируются на основании предположения о типе частицы и векторе трёхмерного импульса, определённого в трековой системе. Конечное разрешение трековой системы будет приводить к уже упомянутой величине импульсного разрешения: $\frac{\sigma_p}{p} = 0.015$. В таком случае, можно рассмотреть пик инвариантной массы J/ψ в зависимости от поперечного импульса e^+e^- пары. Профитировав данный пик распределением Гаусса, можно легко параметризовать данный пик в зависимости от поперечного импульса.

Результаты такой параметризации можно представить в виде двух зависимостей:

$$\begin{cases} M_{J/\psi}(p_T) = f_1(p_T) \\ \sigma_{M_{J/\psi}}(p_T) = f_2(p_T) \end{cases} \quad (3.1)$$

Имея данную параметризацию, можно сформулировать ограничение на инвариантную массу электрон-позитронной пары – так называемую, *гипотезу* J/ψ :

$$M_{J/\psi}(p_T) - \alpha \cdot \sigma_{J/\psi}(p_T) \leq M_{e^+e^-} \leq M_{J/\psi}(p_T) + \alpha \cdot \sigma_{J/\psi}(p_T) \quad (3.2)$$

В таком виде, данная гипотеза имеет 1 параметр, вариация которого влияет на эффективность реконструкции J/ψ . Значение параметра определяется эмпирически на основе ряда факторов.

Параметризация истинного пика J/ψ

Подобрав функции f_1 и f_2 , получаем описание пика инвариантной массы J/ψ , представленное на (рис.3.1).

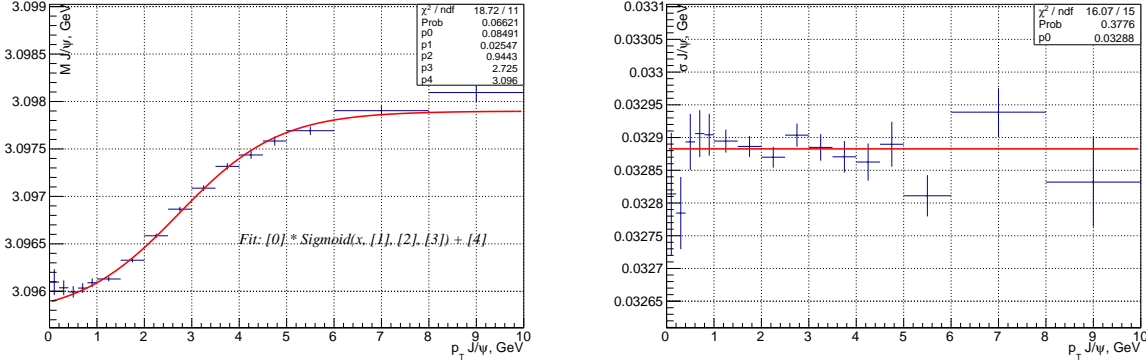


Рис. 3.1: Параметризация свойств пика инвариантной массы состояния J/ψ

Эффективность реконструкции J/ψ

Поскольку параметризованный пик локально хорошо описывается распределением Гаусса, то эффективность реконструкции J/ψ в зависимости от α приобретает всем известный вид (рис. 3.2).

3.1.2 диаграмма Арментероса-Подольянского для системы $J/\psi\gamma$

Еще одним важным ограничением фазового объёма для конечных состояний (в отличие от гипотезы J/ψ , затрагивающей только электрон-позитронную пару) может стать разрешённая область на диаграмме Арментероса-Подольянского. Для системы $J/\psi\gamma$, произошедшей от распада χ_c , данная область будет иметь вид, представленный на (рис. 3.3).

На основе представленных ограничений можно в дальнейшем, при анализе фоновых событий можно будет успешно выдвигать требования к кандидатам как в промежуточные состояния (кандидаты в электроны и позитроны должны удовлетворять гипотезе J/ψ), так и в сигнальные (кандидаты в J/ψ и γ должны локализоваться в области, определяемой параметрами χ_c , J/ψ от их перехода γ).

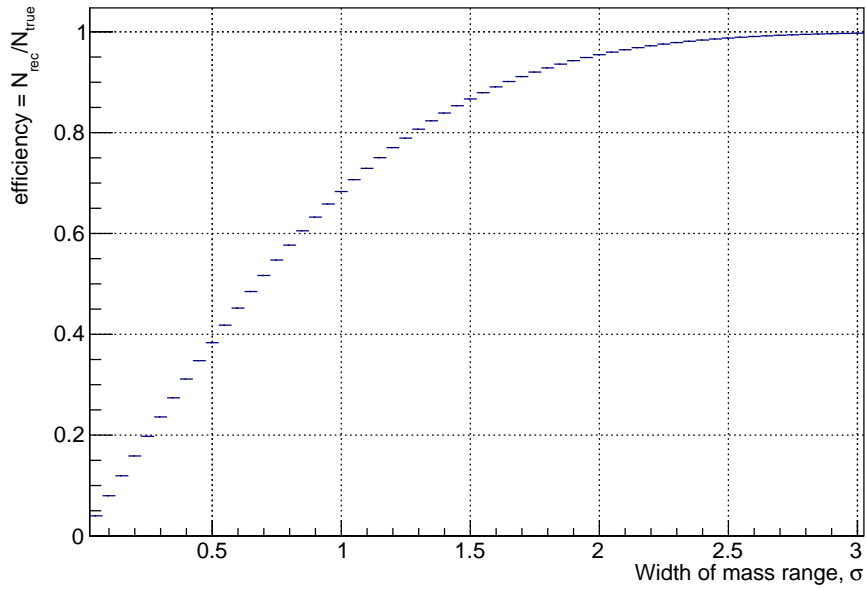


Рис. 3.2: Эффективность реконструкции J/ψ в зависимости от α

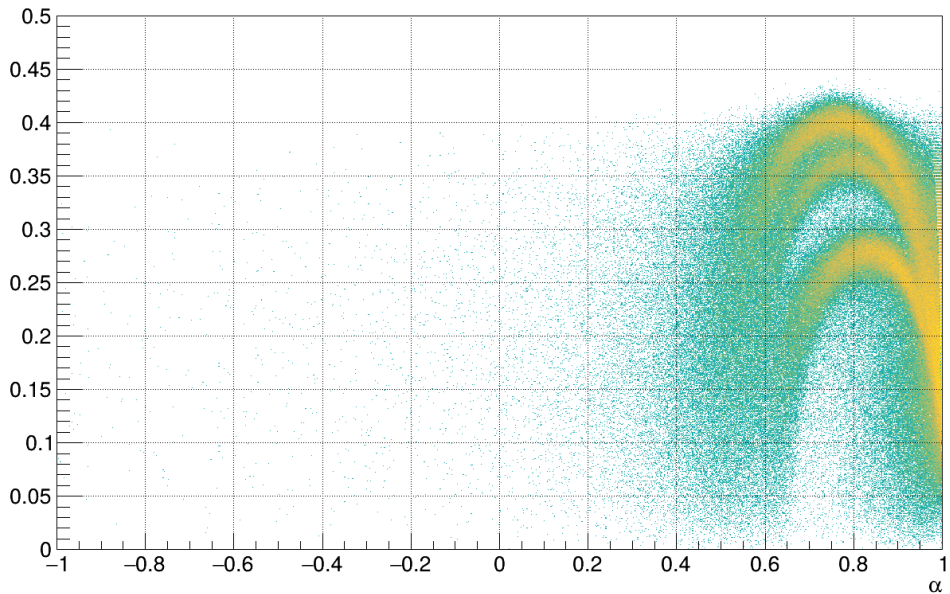


Рис. 3.3: Область фазового пространства, занимаемая системой $J/\psi\gamma$ от распада χ_c на диаграмме Армента-Подольского

3.2 Спектры инвариантных масс истинных состояний

Сформировав критерии для отбора кандидатов в промежуточные и конечные состояния, можно переходить к рассмотрению особенностей и свойств спектров инвариантных масс для истинных состояний χ_c с учётом реалистичного отклика трековой системы и калориметра.

3.2.1 Спектры масс $M_{e^+e^-\gamma}$

Рассмотрим, как разрешения калориметра и трековой системы влияют на массовое разрешение реконструкции состояний χ_{cJ} .

$$M_{inv}^2(e^+, e^-, \gamma) = \left(\left(\frac{E_{e^+}}{\vec{p}_{e^+}} \right) + \left(\frac{E_{e^-}}{\vec{p}_{e^-}} \right) + \left(\frac{E_\gamma}{\vec{p}_\gamma} \right) \right)^2 \quad (3.3)$$

$$M_{inv}^2(e^+, e^-, \gamma) = 2m_e^2 + 2(\vec{p}_{e^+}, \vec{p}_{e^-}) + 2(\vec{p}_{e^+}, \vec{p}_\gamma) + 2(\vec{p}_{e^-}, \vec{p}_{e^-}) \quad (3.4)$$

$$M_{inv}^2(e^+, e^-) = \left(\left(\frac{E_{e^+}}{\vec{p}_{e^+}} \right) + \left(\frac{E_{e^-}}{\vec{p}_{e^-}} \right) \right)^2 = 2m_{e^-}^2 + 2(\vec{p}_{e^+}, \vec{p}_{e^-}) \quad (3.5)$$

$$M_{\chi_c}^2 - M_{J/\psi}^2 = 2(\vec{p}_{e^+}, \vec{p}_\gamma) + 2(\vec{p}_{e^-}, \vec{p}_\gamma) \quad (3.6)$$

$$\sigma_{\Delta M^2} = \left(\left(\frac{\partial \Delta M^2}{\partial p_\gamma} \cdot \sigma_{p_\gamma} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta M^2}{\partial p_{e^+}} \cdot \sigma_{p_{e^+}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta M^2}{\partial p_{e^-}} \cdot \sigma_{p_{e^-}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.7)$$

$$(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = p_1 \cdot p_2 \cdot \cos \theta \quad (3.8)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \Delta M_{inv}^2}{\partial p_i} = \frac{\partial (p_\gamma \cdot p_{e^+} \cdot \cos \theta_1)}{\partial p_i} + \frac{\partial (p_\gamma \cdot p_{e^-} \cdot \cos \theta_2)}{\partial p_i}, i = \gamma, e^\pm \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \Delta M_{inv}^2}{\partial p_\gamma} = 2(p_{e^+} \cos \theta_1 + p_{e^-} \cos \theta_2), \frac{\partial \Delta M_{inv}^2}{\partial p_{e^\pm}} = 2p_\gamma \cos \theta_{1,2} \quad (3.10)$$

В итоге:

$$\sigma_{\Delta M^2} = \sqrt{4(p_{e^+} \cos \theta_1 + p_{e^-} \cos \theta_2)^2 \sigma_{p_\gamma}^2 + 4(p_\gamma \cos \theta_1)^2 \sigma_{p^+}^2 + 4(p_\gamma \cos \theta_1)^2 \sigma_{p^-}^2} \quad (3.11)$$

Определим функцию разрешения по массе, как:

$$r_{e^\pm, \gamma}(p_{e^\pm, \gamma}) = \frac{\sigma_{p_{e^\pm, \gamma}}}{p_{e^\pm, \gamma}} \quad (3.12)$$

В таком случае:

$$\sigma_{\Delta M^2} = \sqrt{4(p_{e^+} \cos \theta_1 + p_{e^-} \cos \theta_2)^2 \sigma_{p_\gamma}^2 + 4(p_\gamma \cos \theta_1)^2 \sigma_{p^+}^2 + 4(p_\gamma \cos \theta_1)^2 \sigma_{p^-}^2} = \quad (3.13)$$

$$= (4(p_\gamma p_{e^+} \cos \theta_1 + p_\gamma p_{e^-} \cos \theta_2)^2 r_\gamma^2(p_\gamma) + 4(p_\gamma p_{e^+} \cos \theta_1)^2 r_{e^+}^2(p_{e^+}) + \quad (3.14)$$

$$+ 4(p_\gamma p_{e^-} \cos \theta_2)^2 r_{e^-}^2(p_{e^-}))^{\frac{1}{2}} = \quad (3.15)$$

$$= \sqrt{\Delta_{M^2} r_\gamma^2(p_\gamma) + 4(p_\gamma p_{e^+} \cos \theta_1)^2 r_{e^+}^2(p_{e^+}) + 4(p_\gamma p_{e^-} \cos \theta_2)^2 r_{e^-}^2(p_{e^-})} \approx \quad (3.16)$$

$$\approx \sqrt{\Delta_{M^2} r_\gamma^2(p_\gamma) + \Delta_{M^2} r_{e^\pm}^2(p_{e^\pm})} = \Delta_{M^2} \sqrt{r_\gamma^2(p_\gamma) + r_{e^\pm}^2(p_{e^\pm})} \quad (3.17)$$

Получаем итоговое выражения для массового разрешения:

$$\frac{\sigma_{\Delta M^2}}{\Delta_{M^2}} = \sqrt{r_\gamma^2(p_\gamma) + r_{e^\pm}^2(p_{e^\pm})} \quad (3.18)$$

Стоит отметить, что данное выражение представляет собой только оценку, но оно наглядно позволяет убедиться, что именно стохастический член вносит доминирующий вклад в определение массового разрешения реконструкции состояний чармония, особенно учитывая относительную мягкость фотона по сравнению с электрон-позитронной парой.

При этом, сепарировать состояния удастся только в случае, когда рассматривается спектр разности масс конечного и промежуточных состояний – тройки электрон-позитрон-фотон и электрон-позитронной пары (кандидаты в состояния χ_{cJ} и J/ψ).

3.2.2 Способы реконструкции изолированных состояний

Спектры масс $M_{e^+e^-\gamma} - M_{e^+e^-}$

Перейдем к рассмотрению спектров отдельных, изолированных состояний. Такой подход становится возможен благодаря тому, что сигнальные события можно заведомо разделить во время моделирования. Однако подробное описание сигнальных событий для отдельных состояний будет являться ключом к возможному методу сепарации различных состояний на «общих» спектрах масс.

Примеры таких спектров масс показаны на (рис. 3.4 - 3.6).

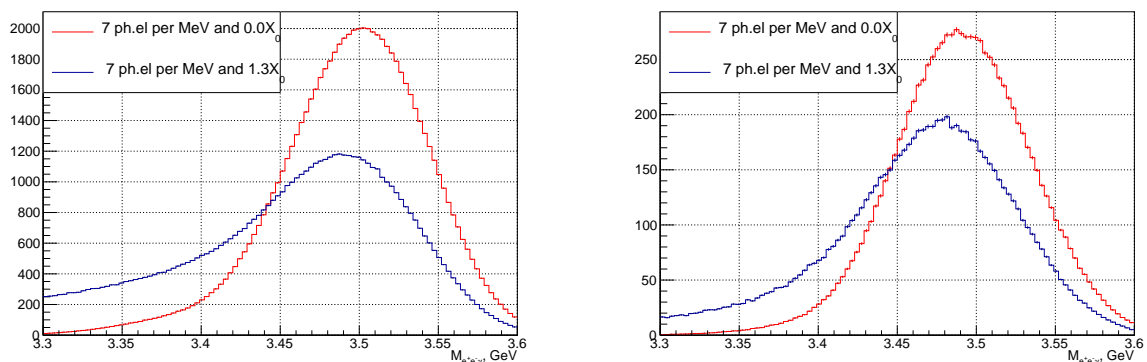


Рис. 3.4: Спектры инвариантных масс для фиксированной константы конвертации энергии в фотоэлектроны в двух диапазонах по поперечному импульсу p_T : (слева) [1; 3] ГэВ/с и (справа) [6; 9] ГэВ/с)

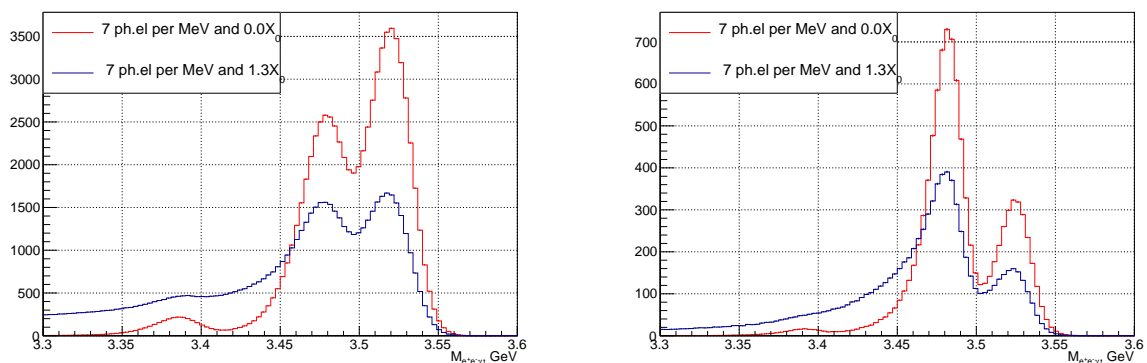


Рис. 3.5: Спектры разности инвариантных масс для фиксированной константы конвертации энергии в фотоэлектроны в двух диапазонах по поперечному импульсу p_T : (слева) [1; 3] ГэВ/с и (справа) [6; 9] ГэВ/с)

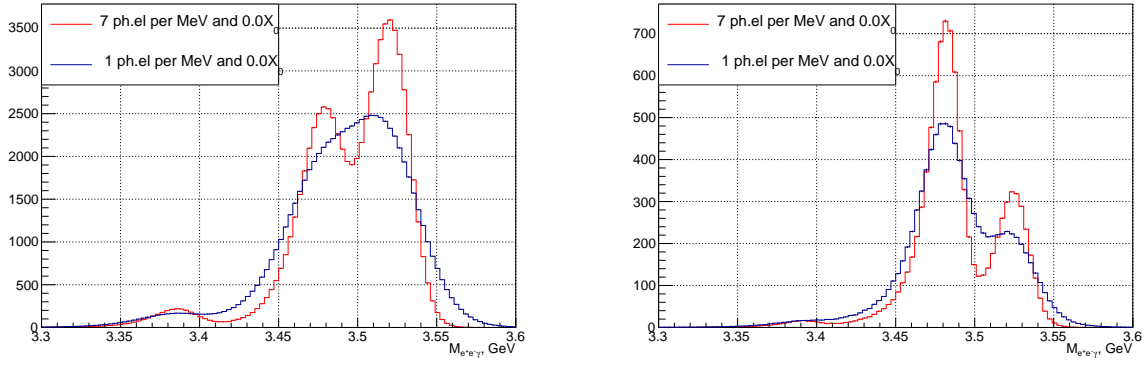


Рис. 3.6: Спектры разности инвариантных масс для одинакового значения количества дополнительного вещества перед калориметром в двух диапазонах по поперечному импульсу p_T : (слева) [1; 3] ГэВ/с и (справа) [6; 9] ГэВ/с)

3.2.3 Спектры инвариантных масс изолированных состояний

Рассматривая различные конфигурации экспериментальной установки, можно получить спектры разностей инвариантных масс для отдельно взятых состояний χ_c . Примеры таких спектров представлены на (рис. 3.7) – (3.12)

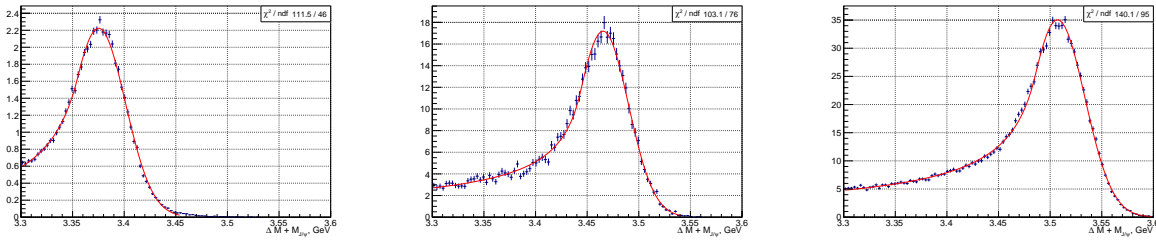


Рис. 3.7: Спектры разности инвариантных масс состояний χ_{cJ} , $J = 0, 1, 2$ при $p_T = 1$ и константе конвертации 1 МэВ^{-1} при $1.3X_0$ перед калориметром

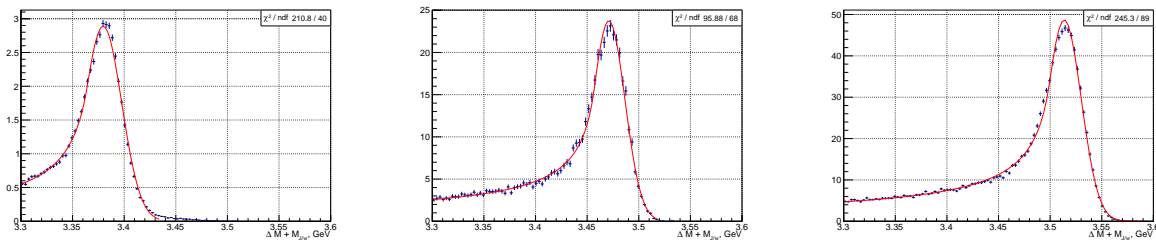


Рис. 3.8: Спектры разности инвариантных масс состояний χ_{cJ} , $J = 0, 1, 2$ при $p_T = 1$ и константе конвертации 4 МэВ^{-1} при $1.3X_0$ перед калориметром

Параметризация спектров масс изолированных состояний

Для параметризации спектров использовалась функция CrystalBall, определяемая как:

$$f(x, \alpha, n, \mu, \sigma) = N \cdot \begin{cases} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), & \frac{x-\mu}{\sigma} > -\alpha \\ A \cdot \left(B - \frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-n}, & \frac{x-\mu}{\sigma} \leq -\alpha \end{cases} \quad (3.19)$$

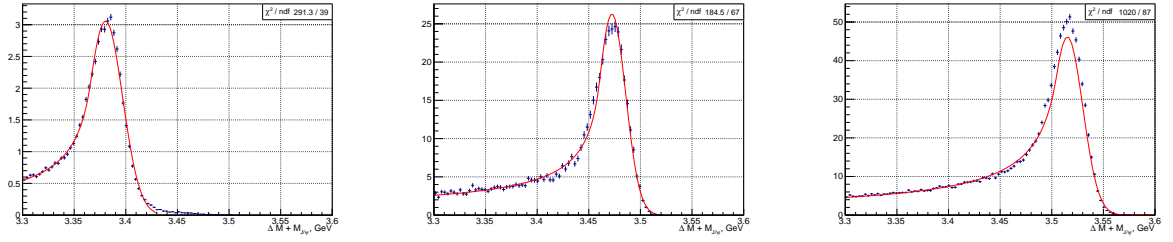


Рис. 3.9: Спектры разности инвариантных масс состояний χ_{cJ} , $J = 0, 1, 2$ при $p_T = 1$ и константе конвертации 7 МэВ^{-1} при $1.3X_0$ перед калориметром

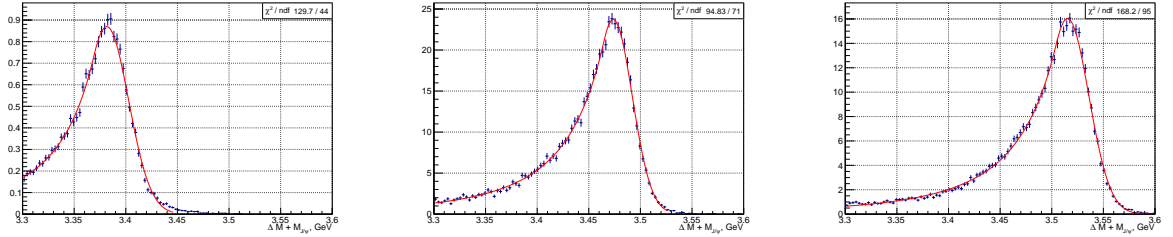


Рис. 3.10: Спектры разности инвариантных масс состояний χ_{cJ} , $J = 0, 1, 2$ при $p_T = 5$ и константе конвертации 1 МэВ^{-1} при $1.3X_0$ перед калориметром

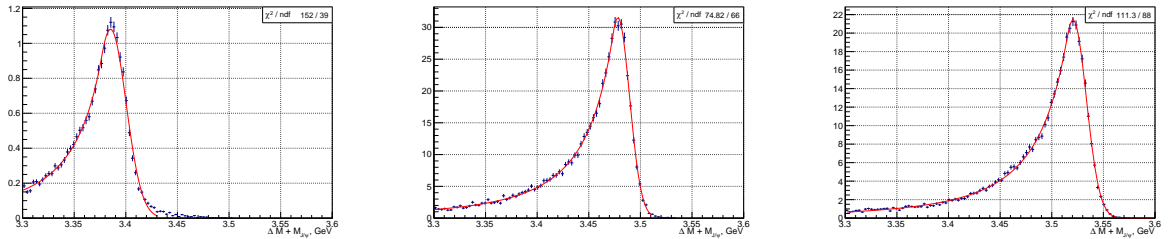


Рис. 3.11: Спектры разности инвариантных масс состояний χ_{cJ} , $J = 0, 1, 2$ при $p_T = 5$ и константе конвертации 4 МэВ^{-1} при $1.3X_0$ перед калориметром

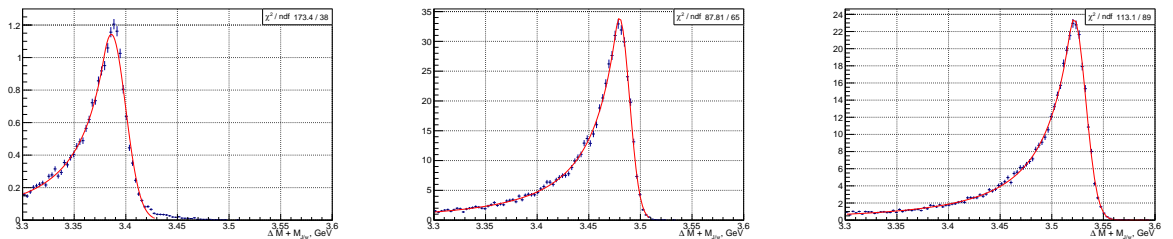


Рис. 3.12: Спектры разности инвариантных масс состояний χ_{cJ} , $J = 0, 1, 2$ при $p_T = 5$ и константе конвертации 7 МэВ^{-1} при $1.3X_0$ перед калориметром

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \left(\frac{n}{|\alpha|}\right)^n \cdot \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2}\right) \\ B = \frac{n}{|\alpha|} - |\alpha| \\ N = \frac{1}{\sigma(C+D)} \\ C = \frac{n}{|\alpha|} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2}\right) \\ D = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{|\alpha|}{\sqrt{2}}\right)\right) \end{array} \right. \quad (3.20)$$

Массовый сдвиг

Чтобы определить массовый сдвиг, достаточно рассмотреть разность между положением максимума пика реконструированного состояния и табличным значением массы для данного состояния.

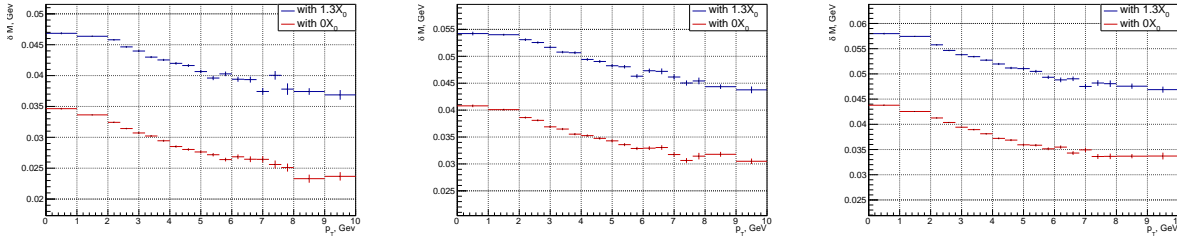


Рис. 3.13: Зависимость величины сдвига массы от p_T для различных состояний χ_c : χ_{c0} (слева), χ_{c1} (по центру) χ_{c2} (справа)

Массовое разрешение

Для определения массового разрешения, воспользуемся методом «полная ширина на полувысоте».

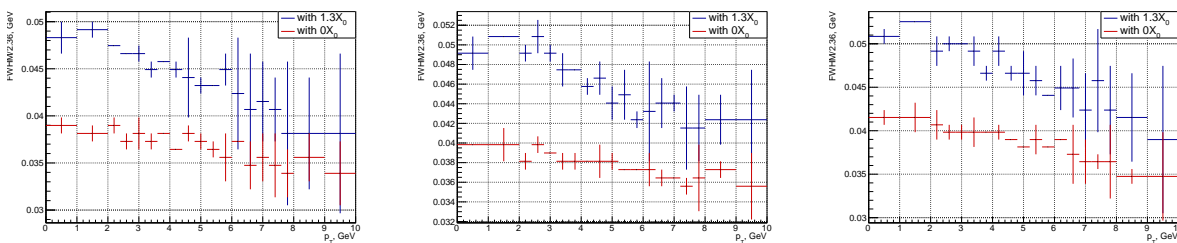


Рис. 3.14: Зависимость величины полной ширины на полувысоте от p_T для различных состояний χ_c : χ_{c0} (слева), χ_{c1} (по центру) χ_{c2} (справа)

Относительная эффективность регистрации состояний чармония

И, наконец, собрав воедино всю информацию, имеющуюся о параметризации спектров инвариантных масс, мы можем оценить вклад конфигурации экспериментальной установки в относительную эффективность реконструкции состояний χ_c .

В итоге, по результатам анализа сигнальных событий, можно сделать вывод, что наличие дополнительного вещества негативно влияет на основные характеристики спектров инвариантных масс и разностей инвариантных масс, но не является прямым препятствием к реконструкции сигнальных событий. Относительная эффективность практически не зависит от внешних параметров и колеблется в диапазоне от 40% до 55%. Принципиально иным образом конфигурация экспериментальной установки может сказаться на спектрах инвариантных масс для фоновых процессов, обсуждение которых будет производиться в следующей главе.

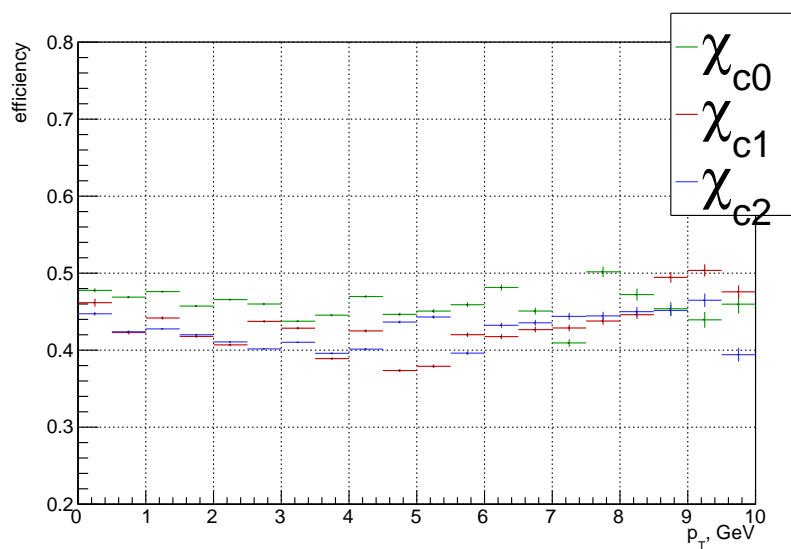


Рис. 3.15: Относительная эффективность реконструкции различных состояний χ_c в зависимости от p_T

Глава 4

Анализ фоновых событий распада чармония $\chi_{cJ} \rightarrow J/\psi\gamma \rightarrow e^+e^-\gamma$

Хотя фоновые события не влияют, как кажется, напрямую на статистику сигнальных событий, на практике это не так. Мы уже обсуждали, в частности, вопросы связанные с исследованием отклика электронов в калориметре и показали, что в области низких энергий отклик электрона может быть очень сильно схожим с откликом других частиц, таких как адроны. Со статистической точки зрения, рассматривая спектры отношения энергии к импульсу, можно сделать вывод о источнике сигнала, однако на практике никакой возможности опираться на спектр нет, из-за чего активно начинают проявляться результаты missidentification – ситуации, когда по всем косвенным признакам, доступным для анализа, частице ставится в соответствие тип, который не совпадает с её реальным происхождением. В таком случае, и сигнальные, и фоновые события начинают испытывать статистические искажения. единственный вариант, как можно минимизировать влияния неверной идентификации частиц – увеличение объёма и качества гиперпараметров, рассматриваемых в задаче классификации частицы. Несмотря на это, теоретически все ещё остаётся вероятность, что частица будет идентифицирована неверно, при этом ошибки распространяются в обе стороны: как реальным сигнальным событиям не ставятся в соответствие кандидаты в конечные состояния, так и наоборот, кандидатами в конечные состояния становятся частицы, изначально не имеющие ничего общего с исследуемым физическим процессом. Подобные ситуации приводят к необходимости проводить анализ статистической значимости регистрируемых сигналов. Задача регистрации состояний чармония в этом смысле не является исключением.

Для оценки статистической значимости реконструкции состояний χ_c необходимо провести некоторую последовательность действий:

1. Реконструировать события в калориметре, получив кинематические параметры частицы.
2. Из всех частиц отобрать те, которые будут удовлетворять условиям, выдвигаемым к кандидатам в конечные и промежуточные состояния: тип кластера (электромагнитный или адронный ливень), отношение энергии к импульсу (параметризация отклика, полученная на сигнальных событиях), ограничения фазовых объём (параметризация пика инвариантной массы для электрон-позитронной пары и ограничения на диаграмме Арментаероса-Подольянского для кандидатов в продукты распада $\chi_c - J/\psi$ и γ).
3. После того, как все частицы, удовлетворяющие описанным критериям будут

отобраны, можно начинать проводить комбинаторный анализ, рассматривая все возможные комбинации конечных состояний.

4. Пересчёт сигнальных событий в количество реконструированных начальных состояний.
5. Оценка статистической значимости :

$$\kappa = \frac{N_{signal}}{\sqrt{N_{signal} + N_{background}}} \quad (4.1)$$

Ранее, при обсуждении анализа модели калориметра и исследовании сигнальных событий, у нас возникали гипотезы, модели и теории, имеющие свободные параметры. По сути, универсальный механизм определения значений таких параметров – исследование их влияния на уровень статистической значимости окончательного результата. Условно, можно привести пару примеров: Из-за неоптимального значения какого-то из системных параметров удалось урезать уровень фона в 4 раза, но сигнальные события при этом также оказались урезанными. Если относительная эффективность сигнальных событий будет больше 2, то в таком случае, имеет смысл выбирать такое значение свободного параметра, иначе – нет. Другим примером может стать наоборот, несколько парадоксальное действие, изменение одного из свободных параметров, которое приведёт к увеличению уровня фоновых событий, но и уровень сигнальных событий аналогично вырастет. В таком случае, оптимальность такого действия оценивается по изменению уровня статистической значимости. Мы же, в рамках данной работы, проведём оценку уровня статистической значимости для результата реконструкции состояний чармония в конфигурации, когда перед калориметром не будет находиться дополнительное вещество. Причин для такого решения сразу несколько:

1. Асимптотика сигнала. В предыдущей главе были приведены спектры инвариантных масс истинных состояний чармония. Описанные спектры имеют яркий, хорошо заметный пик в районе 1-2 ГэВ/с по поперечному импульсу. Такое значение поперечного импульса состояния χ_c в совокупности с топологией и кинематикой распада определяют положение максимума в спектре сигнальных событий.
2. Максимум спектров сигнальных событий приходится на область, в которой параметризации и критерии становятся малоэффективными. Так, антинейтроны, которые могут образовываться в столкновении первичных пучковых частиц, обладая энергией в области сотен МэВ, могут спокойно выделить гораздо большее значение энергии в ячейках калориметра за счет сильных взаимодействий. Таким образом, один из критериев на отбор фотонов не является достаточно эффективным, поскольку статистически различия в спектрах энергий фотонов и антинейтронов не много. Аналогичный эффект наблюдается и в других критериях и параметризациях, а наличие дополнительного вещества коренным образом влияет на характерный вид спектра в области малых энергий.
3. Малая относительная эффективность регистрации. При анализе сигнальных событий нами была продемонстрирована относительная эффективность на уровне 40 – 50%. В реальности, вышеописанные особенности спектров приводят к падению данной величины на порядок.

Поэтому, один из выводов, который можно сделать относительно влияния конфигурации экспериментальной установки на возможность регистрации состояний чармония является неутешительным – Дополнительное вещество перед калориметром практически полностью лишает нас возможности получить результат раздельной регистрации различных состояний чармония.

В том случае, когда дополнительного вещества нет, возможность получить статистически обеспеченный результат кратно больше. Для оценки возможности регистрации состояний чармония нами были определены ожидаемые спектры событий $\frac{dN^2}{dp_T dM}$ (в качестве светимости рассматривалась предполагаемая светимость на ЛНС на уровне $\mathcal{L} \propto 1\text{fb}^{-1}$). По итогу, для разных значений константы конвертации энергии в ячейках в фотостатистику, были получены следующие спектры:

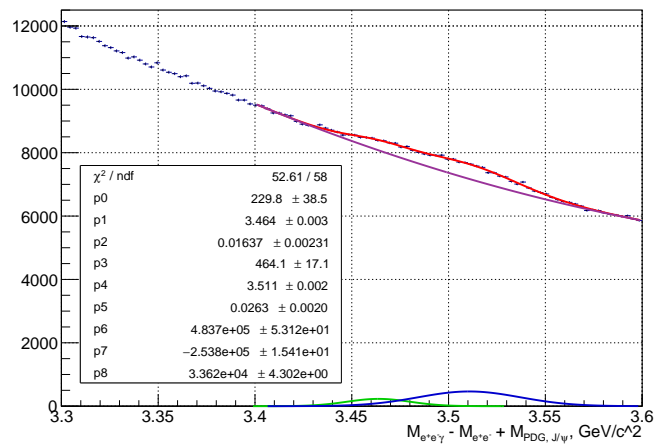


Рис. 4.1: Спектры реконструированных состояний чармония $\frac{dN}{dM}$ для наихудшего энергетического разрешения, доступного в модели

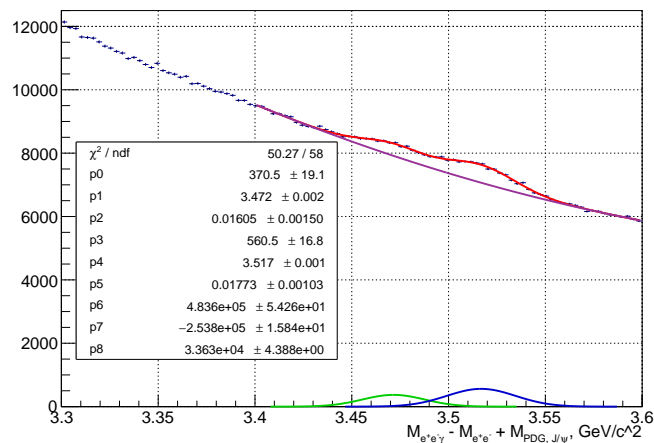


Рис. 4.2: Спектры реконструированных состояний чармония $\frac{dN}{dM}$ для энергетического разрешения, соответствующего разрешению PHOS

Для подсчёта уровня κ воспользуемся соотношением:

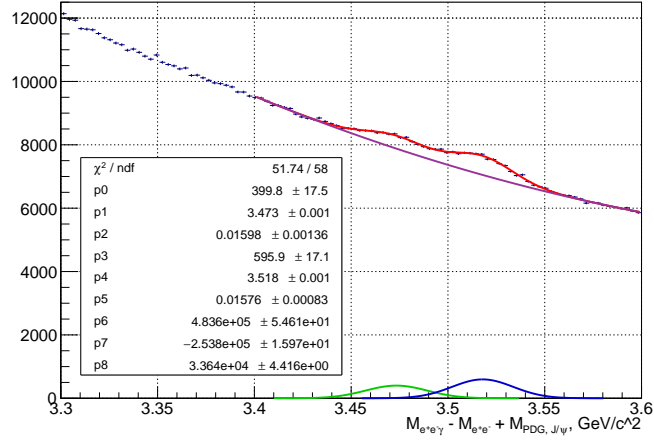


Рис. 4.3: Спектры реконструированных состояний чармония $\frac{dN}{dM}$ для лучшего энергетического разрешения, которое технически может быть реализована на данный момент

$$\kappa = \frac{\int_{\Omega_i} dM \frac{dN_{\text{signal}}}{dM}}{\sqrt{\int_{\Omega_i} dM \frac{dN_{\text{signal+background}}}{dM}}} \quad (4.2)$$

В итоге, получается, что число реконструированных событий для $\chi_{c1} \approx 13$, $\kappa \approx 0.16$, для $\chi_{c2} \approx 17$, $\kappa \approx 0.24$.

Значит, можно сделать вывод, что нынешняя процедура реконструкции сигнальных событий не обладает достаточной эффективностью для возможности регистрации состояний чармония.

Глава 5

Применение алгоритмов машинного обучения и нейронных сетей при анализе событий в электромагнитных калориметрах

В данной главе позволим себе немного выйти за рамки общепринятых методов и подходов, расширив арсенал инструментов для анализа результатов физических экспериментов современными технологиями, а именно – нейронными сетями.

При рассмотрении общей задачи калориметрии особое внимание уделялось вопросам, связанным с классификацией типа частицы, выделившей энергию в калориметре. Классический подход в решении этой задачи состоит в попытках «глазами» обнаружить закономерности, соответствующие частицам различного вида. При этом, отметим, что такой подход имеет под собой довольно крепкое основание, поскольку мы можем, как минимум, пытаться определить, является ли частица, попавшая в калориметр, адронном или нет. Адронные и электромагнитные ливни принципиально отличаются, но сходу понять, в чем состоят эти различия не в общей качественной картине, формирования и развития электромагнитных и адронных ливней, а на практических данных, когда мы имеем конкретные численные значения величин энерговыделений частицы в ячейках. Задача становится очень сложной и комплексной, но ее сложность носит именно технический характер: понятно, что данные чем-то должны отличаться, но вопрос – чем?

В таких ситуациях успеха может добиться компьютер. Компьютерные алгоритмы абсолютно не предвзято и независимо могут анализировать огромные массивы данных, не теряя концентрации и находя такие связи, даже о наличии которых можно только догадываться. Одна из групп компьютерных алгоритмов, призванная решать задачи классификации и регрессии – алгоритмы машинного обучения.

Зададимся вопросом: можно ли выделить из массива энергий, выделенных частицей в ячейках калориметра какие-либо количественные метрики, на основе которых классифицировать её тип? Для поиска ответа на этот вопрос рассмотрим идейно довольно простой, не тем не менее крайне эффективный подход: попробуем позволить компьютеру самостоятельно определять для себя метрики, ожидая только ответа в конкретном виде, и предоставим компьютеру некоторый набор данных, в которых явно предоставим ответ. По сути, мы пришли к общей формулировке задачи машинного обучения.

5.1 Сверточные (конволюционные, CNN) и полносвязные нейросети

На данный момент существует огромное количество различных архитектур нейронных сетей. Мы же остановим свой взгляд на двух архитектурах – полносвязный и сверточный слой.

5.1.1 Сверточный слой

В основе сверточных слоев нейронных сетей лежит операция свертки. В математике операция свертки имеет очень большое количество значений и определений, поэтому следует уточнить, что в контексте нейросетевых архитектур используется матричная свертка. Что такое матричная свертка? Для определения операции матричной свертки введем некоторые понятия:

Пусть

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2n} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & \dots & x_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & x_{m3} & \dots & x_{mn} \end{pmatrix} - \text{входная матрица} \quad (5.1)$$

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & \dots & c_{1k} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & \dots & c_{2k} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & \dots & c_{3k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{l1} & c_{l2} & c_{l3} & \dots & c_{lk} \end{pmatrix}, l < m, k < n - \text{ядро свертки} \quad (5.2)$$

В таком случае, можно определить новую матрицу – Y (назовем её выходной), для которой зададим правило определения элементов:

$$Y = (y_{ij}), y_{ij} = \sum_{\alpha=0, \beta=0}^{l-1, k-1} x_{i+\alpha, j+\beta} \cdot c_{\alpha+1, \beta+1} \quad (5.3)$$

Для корректности определения операции свертки остается только согласовать размерности матриц: $X - m \times n, C - l \times k, Y - (m - l + 1) \times (n - k + 1)$. Свертка матриц уже давно стала неотъемлемым инструментом обработки изображений: для разных эффектов можно применять свертки изображения, представленного в виде трехмерного тензора (плоскость пикселей и 3 цветных канала) с различными фильтрами (ядрами свертки).

Основная идея сверточных нейросетей – с помощью алгоритмов машинного обучения определить такие ядра для свертки, чтобы проявились те закономерности, которые позволяют выделить нужные нам признаки. (из ярких примеров – можно рассмотреть фильтры, позволяющие увеличивать контраст изображения, усилить «границы» или наоборот, «размыть» изображение. Сверточный слой же, в свою очередь, операцией свертки пытается выделить закономерности, позволяющие решить задачу, которая стоит перед нейросетью. Однако, сверточные слои сами по себе не представляют большой пользы, поскольку интерпретация выходных матриц для человека может быть очень затруднена, особенно на больших размерностях матриц. В таком случае, после сверточных слоев принято использовать полносвязные слои.

5.1.2 Полносвязный слой

Структура такого слоя полностью определена его названием. По-другому можно сказать, что полносвязный слой удовлетворяет принципу "все со всеми т.е. каждый нейрон данного слоя связан с каждым нейроном на предыдущем слое.

Имея только два этих вида слоев, можно успешно строить нейросетевые решения задач, в которых требуется искать какие-то геометрические/пространственные закономерности (к слову, пространство может быть достаточно абстрактным, все ограничивается только фантазией создателя нейросети).

На самом деле, помимо типов и количества слоев, которые заложены в архитектуру нейросети, существует еще очень большое количество свойств и характеристик, определяющих поведение нейросетевой модели, но мы опустим эти рассуждения. Перейдем к описанию модели, с помощью которой попробуем проанализировать события в калориметре.

5.2 Архитектура модели

Для решения задачи анализа типа частицы воспользуемся следующей идеей: попробуем определить кластер, соответствующий данной частице, проанализировать его структуру, а кроме того, вычислить, какой энергией будет обладать данный кластер. Для этого, решим параллельно две задачи – классификации и регрессии.

Сначала определим входной слой нашей нейросети: так как модель планируется использовать при анализе событий калориметра, передадим ей на вход «классическое» событие в калориметре – матрицу некоторого размера $n \times n$. В таком случае, имеет смысл сразу на входе обработать «карту» события свёрточными слоями. Для простейшей модели можно рассмотреть 4 слоя, 2 из которых будут так называемыми *MaxPooling* слоями (они необходимы для стабилизации поведения модели и борьбы с шумами входных данных). После этого, спрямляющий слой, а уже за ним – полносвязный. От полносвязного слоя определим два выходных слоя (один – для задачи регрессии: он будет из себя представлять один нейрон, который позволит определять энергию кластера, а второй будет состоять из 2 нейронов, которые будут нужны для задачи классификации. В итоге, описанную модель можно легко реализовать с помощью библиотеки *tensorflow*, предоставляющую инструменты для создания, обучения, исследования и применения нейросетевых моделей.

```
import tensorflow as tf

inputs = tf.keras.Input(shape=(41, 41, 1))
x = tf.keras.layers.Conv2D(32, (3, 3), activation='relu')(inputs)
x = tf.keras.layers.MaxPooling2D((2, 2))(x)
x = tf.keras.layers.Conv2D(64, (3, 3), activation='relu')(x)
x = tf.keras.layers.MaxPooling2D((2, 2))(x)
x = tf.keras.layers.Flatten()(x)
x = tf.keras.layers.Dense(128, activation='relu')(x)

# output for classification
class_output = tf.keras.layers.Dense(2, activation='softmax',
                                     name='class_output')(x)

# output for regression
energy_output = tf.keras.layers.Dense(1, name='energy_output')(x)
```

Данная модель принимает на вход тензор типа $(41, 41, 1)$ – матрицу размером 41×41 , после чего позволяет предсказать для этого тензора тип кластера и его энергию. После успешного конфигурирования модель можно объявить и скомпилировать:

```
# model definition
model = tf.keras.Model(inputs=inputs,
                        outputs=[class_output, energy_output])

# model compilation
model.compile(
    optimizer='adam',
    loss={
        'class_output': 'sparse_categorical_crossentropy',
        'energy_output': 'mean_squared_error'
    },
    metrics={
        'class_output': ['accuracy'],
        'energy_output': ['mae']
    }
)
```

5.3 Подготовка данных, обучение, тестирование и валидация модели

Для обучения нашей модели был подготовлен относительно небольшой датасет (около 20 тысяч событий, половина – электромагнитные кластеры (электроны, позитроны и фотоны), оставшаяся часть – адронные кластеры. Для обучения использовалось примерно 80% от общего объема датасета. Весь процесс обучения занял 30 эпох.

При этом, удалось достичь довольно значимых результатов:

$$\begin{cases} \text{Classification accuracy (точность реконструкции типа частицы)} : 0.968 \\ \text{Energy MAE (средняя величина отклонения предсказания)} : 0.281 \text{ ГэВ} \end{cases} \quad (5.4)$$

Кроме того, полезно рассмотреть и другие метрики, которые более наглядно отображают качество полученной модели (рис. 5.1 - 5.3).

5.4 Перспективы развития «нейросетевого» решения задачи анализа события в калориметре

Как видно, полученная модель отлично справляется с задачей классификации и имеет некоторые чуть более скромные успехи в задаче регрессии. Скорее всего, такое свойство модель получила из-за своей относительно простой архитектуры и выборки, в которой было довольно много «однообразных» событий. Все эти факторы не являются фундаментальными препятствиями на пути использования подобных моделей на практике, однако требуют внимания для своего устранения.

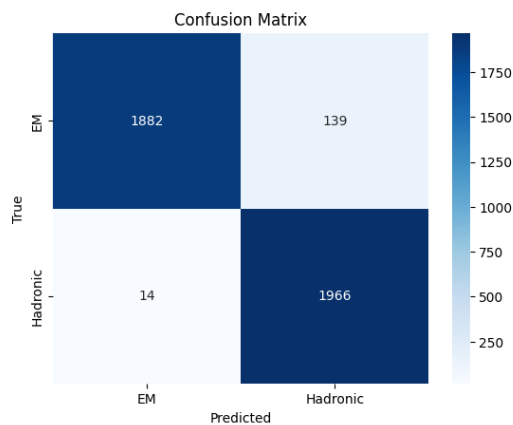


Рис. 5.1: Матрица несоответствий для рассматриваемой задачи классификации

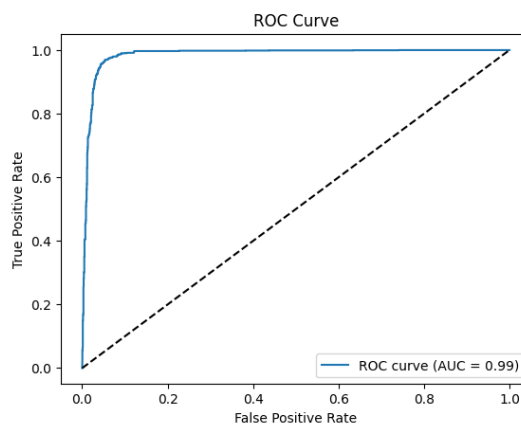


Рис. 5.2: Кривая ROC для рассматриваемой задачи классификации

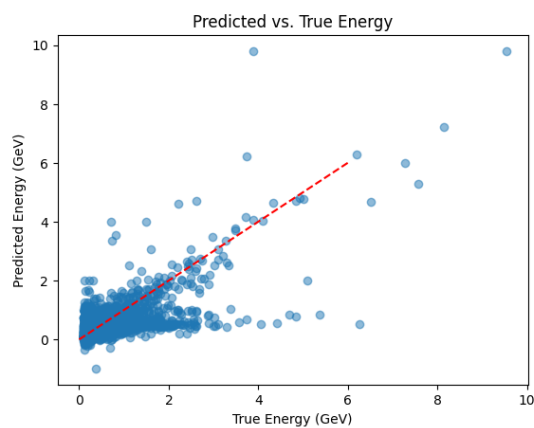


Рис. 5.3: Зависимость предсказанной и реальной энергий для задачи регрессии

Глава 6

Заключение

В рамках магистерской диссертации была выполнена комплексная работа по разработке проекта электромагнитного калориметра (ESAL) для эксперимента ALICE3, целью которого является регистрация состояний чармония $\chi_{cJ} \rightarrow J/\psi\gamma \rightarrow e^+e^-\gamma$ для исследования свойств кварк-глюонной материи (КГМ). Основные результаты и выводы работы можно сформулировать следующим образом:

1. Теоретическая база и актуальность темы.

В главе 1 представлен подробный обзор физических основ калориметрии и физики кваркониев, включая классификацию калориметров, механизмы потери энергии частицами в веществе, развитие электромагнитных и адронных ливней, а также роль кваркониев как зондов для изучения КГМ. Установлено, что калориметрия является неотъемлемой частью современных экспериментов в физике высоких энергий, а исследование кваркониев предоставляет уникальную возможность изучения деконфайнмента и термодинамических свойств КГМ. Выбор электромагнитного гомогенного ячеистого калориметра на основе вольфрамата свинца $PbWO_4$ обоснован использованием прототипа — калориметра PHOS эксперимента ALICE — и требованиями физической задачи.

2. Моделирование калориметра.

С использованием программного комплекса GEANT4 была разработана модель калориметра ESAL, валидированная путем сравнения её характеристик с реальным прототипом PHOS. Исследованы ключевые параметры, такие как энергетическое разрешение, радиационная длина, радиус Мольера и профили ливней. Особое внимание уделено влиянию конфигурации экспериментальной установки, включая наличие дополнительного вещества перед калориметром. Показано, что дополнительное вещество (толщиной $1.3X_0$) существенно ухудшает энергетическое разрешение и спектры инвариантных масс, что негативно сказывается на эффективности реконструкции состояний чармония.

3. Анализ сигнальных событий.

В главе 3 проанализированы сигнальные события распада $\chi_{cJ} \rightarrow J/\psi\gamma \rightarrow e^+e^-\gamma$. Разработаны критерии отбора кандидатов в промежуточные J/ψ и конечные состояния, включая ограничения на инвариантную массу электрон-позитронной пары и область фазового пространства на диаграмме Арментагерса-Подольянского. Проведена параметризация спектров инвариантных масс с использованием функции Crystal Ball, определены массовые сдвиги и разрешения для состояний χ_{c0} , χ_{c1} и χ_{c2} . Относительная эффективность реконструкции сигнальных событий составила 40–55%, однако наличие дополнительного вещества

значительно снижает эту величину из-за перекрытия спектров в области малых энергий.

4. Анализ фоновых событий.

В главе 4 рассмотрены фоновые события и их влияние на статистическую значимость реконструкции состояний чармония. Установлено, что неправильная идентификация частиц (missidentification) вносит существенные искажения в спектры, особенно при наличии дополнительного вещества. Проведен комбинаторный анализ с использованием критериев, разработанных для сигнальных событий, и оценена статистическая значимость κ для конфигурации без дополнительного вещества. Полученные значения $\kappa \approx 0.16$ для χ_{c1} и $\kappa \approx 0.24$ для χ_{c2} свидетельствуют о недостаточной эффективности текущей процедуры реконструкции для надежной сепарации состояний чармония. Основной причиной является низкая эффективность критериев отбора в области малых энергий, где фоновые процессы, такие как образование антинейтронов, доминируют.

5. Применение нейросетей и методов машинного обучения.

В главе 5 предложен инновационный подход к анализу событий в калориметре с использованием сверточных нейронных сетей (CNN). Разработана модель, решающая задачи классификации типа частиц (электромагнитные или адронные кластеры) и регрессии для оценки энергии кластера. Модель реализована с использованием библиотеки TensorFlow и включает сверточные, MaxPooling и полносвязные слои. На датасете из 20 тысяч событий достигнута точность классификации 96.8% и средняя абсолютная ошибка предсказания энергии 0.281 ГэВ. Несмотря на успехи в классификации, регрессия показала более скромные результаты из-за упрощенной архитектуры и ограниченного разнообразия данных. Перспективы развития включают усложнение архитектуры сети, увеличение объема и разнообразия обучающей выборки, а также внедрение дополнительных гиперпараметров для повышения точности.

По итогу, создана модель электромагнитного калориметра ECAL, которая позволяет оценить возможность регистрации состояний чармония в эксперименте ALICE3. Однако текущая конфигурация и методы реконструкции не обеспечивают достаточной статистической значимости для отдельной регистрации состояний χ_{cJ} . Основным ограничением является влияние фоновых процессов и низкая эффективность критериев отбора в области малых энергий. Отсутствие дополнительного вещества перед калориметром существенно улучшает характеристики спектров, но не решает проблему полностью. Применение нейросетевых методов открывает новые возможности для улучшения классификации частиц и анализа данных, но требует дальнейшей оптимизации.

Литература

- [1] *Griffiths, David*. Introduction to Elementary Particles / David Griffiths. — 2 edition. — Wiley-VCH, 2008.
- [2] *Gruppen, Claus*. Particle Detectors / Claus Gruppen, Boris Shwartz. — 2 edition. — Cambridge University Press, 2008.
- [3] *Knoll, Glenn F*. Radiation Detection and Measurement / Glenn F. Knoll. — 4 edition. — Wiley, 2010.
- [4] *CERN*. Calorimetry. — Accessed: June 23, 2025. <https://home.cern/science/experiments/calorimetry>.
- [5] Space-Time Development of Electromagnetic and Hadronic Showers and Perspectives for Novel Calorimetric Techniques / Andrea Benaglia, Etiennette Auffray, Paul Lecoq et al. // *IEEE Transactions on Nuclear Science*. — 2016. — Vol. 63, no. 2. — Pp. 574–579.
- [6] *Agostinelli, S*. GEANT4—a simulation toolkit / S. Agostinelli et al. // *Nucl. Instrum. Meth. A*. — 2003. — Vol. 506. — Pp. 250–303.
- [7] *ALICE Collaboration*. Performance of the ALICE Electromagnetic Calorimeter / ALICE Collaboration // *Journal of Instrumentation*. — 2014. — Vol. 9, no. 8. — P. P08005.
- [8] *ALICE Collaboration*. The Forward Calorimeter of the ALICE Experiment at CERN LHC / ALICE Collaboration // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. — 2017. — Vol. 872. — Pp. 1–12.
- [9] *Kharlov, Yuri*. Performance of Calorimetry in ALICE / Yuri Kharlov // *PoS*. — 2018. — Vol. LHCP2018. — P. 231.
- [10] Letter of intent for ALICE 3: A next-generation heavy-ion experiment at the LHC. — 2022. — 11.
- [11] *Matsui, T*. J/ψ Suppression by Quark-Gluon Plasma Formation / T. Matsui, H. Satz // *Physics Letters B*. — 1986. — Vol. 178, no. 4. — Pp. 416–422.
- [12] *Adare, A*. J/ψ suppression at forward rapidity in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV / A. Adare et al. // *Phys. Rev. C*. — 2011. — Vol. 84. — P. 054912.
- [13] *Zyla, P. A*. Review of Particle Physics / P. A. Zyla et al. // *PTEP*. — 2020. — Vol. 2020, no. 8. — P. 083C01.

- [14] *Abelev, Betty Bezverkhny*. Centrality, rapidity and transverse momentum dependence of J/ψ suppression in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}}=2.76$ TeV / Betty Bezverkhny Abelev et al. // *Phys. Lett. B*. — 2014. — Vol. 734. — Pp. 314–327.
- [15] *ALICE Collaboration*. The ALICE Experiment: A Journey through QCD. — Accessed: June 23, 2025. <https://alice-collaboration.web.cern.ch/>.
- [16] *Abreu, M. C*. Evidence for deconfinement of quarks and gluons from the J/ψ suppression pattern measured in Pb + Pb collisions at the CERN SPS / M. C. Abreu et al. // *Phys. Lett. B*. — 2000. — Vol. 477. — Pp. 28–36.
- [17] *Kluberg, Louis*. Color Deconfinement and Charmonium Production in Nuclear Collisions / Louis Kluberg, Helmut Satz // *Relativistic Heavy Ion Physics* / Ed. by R. Stock. — 2010.
- [18] *Matsui, T*. J/ψ Suppression by Quark-Gluon Plasma Formation / T. Matsui, H. Satz // *Phys. Lett. B*. — 1986. — Vol. 178. — Pp. 416–422.
- [19] *Braun-Munzinger, P*. (Non)thermal aspects of charmonium production and a new look at J/ψ suppression / P. Braun-Munzinger, J. Stachel // *Phys. Lett. B*. — 2000. — Vol. 490. — Pp. 196–202.
- [20] *Bierlich, Christian*. A comprehensive guide to the physics and usage of PYTHIA 8.3 / Christian Bierlich et al. — 2022. — 3.
- [21] *Varlamov, A. M*. Production and Reconstruction Model of the χ_{cJ} States at the ALICE Experiment at the Large Hadron Collider / A. M. Varlamov, Yu. V. Kharlov // *Phys. Atom. Nucl.* — 2022. — Vol. 85, no. Suppl 2. — Pp. S109–S116.
- [22] *Kharlov, Yuri*. Probing the Hot QCD Matter via Quarkonia at the Next-Generation Heavy-Ion Experiment at LHC / Yuri Kharlov, Yeghishe Hambardzumyan, Antony Varlamov // *Particles*. — 2023. — Vol. 6, no. 2. — Pp. 546–555. <https://www.mdpi.com/2571-712X/6/2/30>.
- [23] *Kharzeev, D*. Charmonium interaction in nuclear matter / D. Kharzeev, H. Satz // *Phys. Lett. B*. — 1995. — Vol. 356. — Pp. 365–372.