

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФАКУЛЬТЕТ ОБЩЕЙ И ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ
КАФЕДРА ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

Новоселов Алексей Анатольевич

**Рождение очарованных адронов
в e^+e^- -аннигиляции**

Магистерская диссертация

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., профессор
Лиходед А.К.

Рецензент:
д.ф.-м.н. Бережной А.В.
(НИИЯФ МГУ)

Протвино
2009

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	2
2. Пертурбативная функция фрагментации	4
3. Непертурбативная функция фрагментации	10
4. Результаты	12
4.1. Рождение D^* -мезонов и Λ_C -барионов в $e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$	14
4.2. Рождение D -мезонов в $e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$	17
4.3. Рождение D^* -мезонов и Λ_C -барионов в распадах B -мезонов	22
5. Заключение	26
Список Литературы	29

1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение процессов рождения адронов содержащих тяжелые кварки является одной из существенных задач КХД. Помимо самостоятельного интереса оно имеет и прикладное значение. Например, ожидается что легкий бозон Хиггса Стандартной Модели будет распадаться преимущественно на тяжелые пары кварк-антикварк. Таким образом, прямое рождение кварк-антикварковых пар представляет основной фоновый процесс.

Конечная масса кварка, являясь регулятором инфракрасных расходимостей, позволяет использовать пертурбативную КХД для вычисления сечения инклюзивного рождения тяжелого кварка в e^+e^- и $p\bar{p}$ соударениях. Однако, при вычислении импульсного распределения образующихся из них тяжелых адронов, возникают члены, усиленные логарифмами $\ln s/m_Q^2$, требующие учета в рамках теории возмущений. Согласно теореме о факторизации, сечение образования тяжелого адрона с точностью до поправок порядка m_Q^2/s можно представить как свертку не зависящего от конечного адрона жесткого сечения рождения начального партона с так называемой функцией фрагментации, которая описывает переход этого партона в конкретный тип адрона.

Функцию фрагментации часто записывают как свертку пертурбативной и непертурбативной составляющих. Пертурбативная часть отвечает излучению тяжелым кварком глюонов. Ее эволюция с масштаба массы кварка до масштаба энергии взаимодействия описывается уравнениями Докшицера-Грибова-Липатова-Альтарелли-Паризи (ДГЛАП) [1–3]. Непертурбативная часть, отвечающая переходу тяжелого кварка в адрон, содер-

жит дополнительную информацию об эволюции с масштаба Λ_{QCD} до массы кварка. Однако такой подход заведомо не позволяет полностью разделить масштабы энергий. В пертурбативной составляющей функции фрагментации присутствуют пропорциональные $\ln^n(m_q(1-x))$ члены, обусловленные излучением мягких глюонов. При приближении x к 1 величина $m_q(1-x)$ становится порядка Λ_{QCD} и параметр разложения перестает быть малым. Казалось бы, выход может состоять в суммировании этих членов во всех порядках теории возмущений, что и проделано в ряде работ [4, 5]. При этом в области $x \rightarrow 1$ дополнительно производится эволюция с масштаба $m_q(1-x)$ до m_q . Но это не может рассматриваться как гарантированно правильный путь, поскольку мягкие глюоны участвуя в процессе на масштабе Λ_{QCD} переходят в состав конечного адрона, и, таким образом, могут уже быть учтены в непертурбативной функции фрагментации.

В данной работе производится попытка описания процесса адронизации очарованного кварка в рамках теории фрагментации со следующими предположениями. Во-первых, непертурбативная функция фрагментации зависит только от начального тяжелого кварка и конечного адрона, и не зависит от процесса в котором этот тяжелый кварк был рожден и от его энергии. Во-вторых, пертурбативная функция фрагментации рассматривается во втором (NLO) порядке пертурбативной КХД без суммирования мягких глюонов. При этом описание непертурбативного перехода кварка в адрон предполагает, как и модель Картвелишвили-Лиходеда-Петрова (КЛП) [6, 7], что асимптотика непертурбативной фрагментационной функции при $x \rightarrow 1$ зависит от типа конечного адрона и включает мягкие глюоны, формально учитываемые «соотношением взаимности» Грибова-Липатова [2].

Имеющиеся данные коллабораций BaBar, Belle и CLEO [8–10] по рождению D -мезонов и Λ_C -барионов в e^+e^- -аннигиляции при энергии, соответствующей резонансу $\Upsilon(4S)$, а также ALEPH и OPAL [11, 12] при энергии, соответствующей Z -бозону, позволяют судить как о эволюции фрагментационной функции от 10.6 ГэВ до 91.2 ГэВ, так и о состоятельности пертурбативных моделей. Также имеются данные коллабораций TASSO и TRC (SLAC) [13, 14] с существенно меньшей статистикой и энергией в интервале от 28 до 46 ГэВ. Эти данные не будут использоваться для определения формы фрагментационной функции, но послужат для дополнительной проверки результата.

В следующем разделе будет получен спектр c -кварков в e^+e^- -аннигиляции и обсужден вопрос учета мягких глюонов в рамках пертурбативного подхода. В разделе 3 рассматривается пертурбативная функция фрагментации. Сравнение с экспериментальными данными проводится в разделе 4. Выводы будут приведены в разделе 5.

2. ПЕРТУРБАТИВНАЯ ФУНКЦИЯ ФРАГМЕНТАЦИИ

Рассмотрим рождение пары $c\bar{c}$ в e^+e^- -аннигиляции:

$$e^+e^- \rightarrow Z/\gamma^*(Q) \rightarrow c(p_c)\bar{c}(p_{\bar{c}}). \quad (1)$$

В соответствии с теоремой о факторизации распределение по энергии тяжелого кварка (в нашем случае — c -кварка), представимо в виде свертки коэффициентной функции, описывающей рождение безмассового партона i , и пертурбативной функции фрагментации партона i в интересующий

кварк:

$$\frac{d\sigma_c}{dx}(x, Q, m) = \sum_i \int_x^1 \frac{dz}{z} C_i^{\overline{\text{MS}}}(z, Q, \mu) D_i^{\overline{\text{MS}}}\left(\frac{x}{z}, \mu, m\right) + \mathcal{O}((m/Q)^p), \quad (2)$$

где μ — шкала факторизации, $p \geq 1$, а величина x определена как

$$x = \frac{2p_c \cdot Q}{Q^2}. \quad (3)$$

Суммирование в выражении (2) производится по всем типам начальных партонов, на которых может родиться c -кварк. Пренебрегая образованием c -кварка в процессе $g \rightarrow c\bar{c}$, можно оставить единственное слагаемое, соответствующее прямому рождению c -кварка. $D_c^{\overline{\text{MS}}}$ при этом является фрагментационной функцией безмассового c -кварка в массивный, находящийся на массовой поверхности.

Пертурбативная фрагментационная функция подчиняется уравнениям эволюции ДГЛАП:

$$\frac{dD_i}{d \ln \mu^2}(x, \mu^2, m^2) = \sum_j \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{ji}\left(\frac{x}{z}, \bar{\alpha}_s(\mu^2)\right) D_j(z, \mu^2, m^2), \quad (4)$$

где функции расщепления представимы в виде ряда по $\bar{\alpha}_s = \alpha_s/2\pi$:

$$P_{ji}(x, \alpha_s(\mu^2)) = \bar{\alpha}_s(\mu^2) P_{ji}^{(0)}(x) + \bar{\alpha}_s^2(\mu^2) P_{ji}^{(1)}(x) + \mathcal{O}(\bar{\alpha}_s^3). \quad (5)$$

При этом для $\alpha_s(\mu)$ используется стандартное двупетлевое выражение. В нулевом порядке ядро P_{qq} имеет вид¹

$$P_{qq}^{(0)}(z) = C_F \left[\frac{1+z^2}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right], \quad (6)$$

¹ +-распределение определено как

$$\int_0^1 dz h(z) [g(z)]_+ \equiv \int_0^1 dz [h(z) - h(1)] g(z).$$

где $C_F = 4/3$. Выражение для $P_{qq}^{(1)}$ найдено в [15] и слишком громоздко, чтобы повторять его здесь.

Начальное условие в NLO-приближении было впервые получено в [16] и записывается как:

$$\begin{aligned} D_q^{ini}(x, \mu_0^2, m^2) &= \delta(1-x) + \bar{\alpha}_s(\mu_0^2) d_q^{(1)}(x, \mu_0^2, m^2) + \mathcal{O}(\bar{\alpha}_s^2), \\ d_q^{(1)}(x, \mu_0^2, m^2) &= C_F \left[\frac{1+x^2}{1-x} \left(\ln \frac{\mu_0^2}{m^2} - 2 \ln(1-x) - 1 \right) \right]_+. \end{aligned} \quad (7)$$

Для вычисления фрагментационной функции необходимо взять начальное условие на масштабе $\mu_0 \simeq m_c$ и произвести его эволюцию до $\mu \simeq Q$. Такой выбор μ_0 и μ позволяет корректно просуммировать лидирующие $\alpha_S^n \ln^n(\mu^2/\mu_0^2)$ и следующие за лидирующими $\alpha_S^n \ln^{n-1}(\mu^2/\mu_0^2)$ коллинеарные логарифмы.

Переход к пространству моментов Меллина позволяет заменить интегрирование в правой части уравнения (4) на умножение:

$$\frac{dD_i(N, \mu^2, m^2)}{d \ln \mu^2} = \sum_j \bar{\alpha}_s(\mu^2) \left[P_{ji}^{(0)}(N) + \bar{\alpha}_s(\mu^2) P_{ji}^{(1)}(N) \right] D_j(N, \mu^2, m^2). \quad (8)$$

Аналитическое решение уравнения эволюции (8) в NLO-приближении получено в [16] и записывается как:

$$\begin{aligned} D_q(N, \mu^2, m^2) &= D_q^{ini}(N, \mu_0^2, m^2) \exp \left\{ \ln \frac{\alpha_s(\mu_0^2)}{\alpha_s(\mu^2)} \frac{P_{qq}^{(0)}(N)}{2\pi b_0} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\alpha_s(\mu_0^2) - \alpha_s(\mu^2)}{4\pi^2 b_0} \left[P_{qq}^{(1)}(N) - \frac{2\pi b_1}{b_0} P_{qq}^{(0)}(N) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Коэффициентные функции в том же порядке теории возмущений так же можно найти в [16], причем нас интересует только C_q :

$$C_q(z, Q^2, m^2) = \left[\delta(1-z) + \bar{\alpha}_s a_q^{(1)}(z, Q^2, m^2) \right] \sigma_{0,q}(Q^2), \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned}
a_q^{(1)}(z, Q^2, m^2) = & C_F \left[1 + \ln \frac{Q^2}{m^2} \left(\frac{1+x^2}{(1-x)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-x) \right) \right. \\
& + \frac{1}{2} \frac{x^2 - 6x - 2}{(1-x)_+} - \left(\frac{\ln(1-x)}{1-x} \right)_+ (1+x)^2 \\
& \left. + 2 \frac{1+x^2}{1-x} \ln x + \left(\frac{2}{3} \pi^2 - \frac{5}{2} \right) \delta(1-x) \right]. \quad (11)
\end{aligned}$$

Таким образом для спектра очарованных кварков (2) в NLO-приближении имеем:

$$\sigma_c(N, q^2, m^2) = C_q(N, q^2, \mu^2) D_q(N, \mu^2, m^2). \quad (12)$$

где

$$\sigma_c(N, q^2, m^2) \equiv \int_0^1 dx x^{N-1} \frac{d\sigma_c}{dx}(x, q^2, m^2). \quad (13)$$

Стоит отметить, что наличие δ -функции в начальном условии (7) приводит к тому, что в результате эволюции, фрагментационная функция и, следовательно, спектр c -кварков принимают при $x \rightarrow 1$ отрицательные значения, не имеющие физического смысла. Поскольку это происходит в крайне малой области, то в дальнейшем эта область просто исключается из рассмотрения.

В то время как в области малых и средних x основную роль в эволюцию функции фрагментации вносит излучение коллинеарных глюонов, в области $x \rightarrow 1$ существенным становится излучение мягких глюонов. Ему соответствуют члены вида $\alpha_s/(1-x)_+$ и $\alpha_s [\ln(1-x)/(1-x)]_+$ в начальном условии и в коэффициентной функции. В пространстве Меллина образы

вкладов этих членов ведут себя как $\ln^2 N$:

$$\begin{aligned}
a_q^{(1)}(N, q^2, \mu^2) &= C_F \left[\ln^2 N + \left(\frac{3}{2} + 2\gamma_E - 2 \ln \frac{q^2}{\mu^2} \right) \ln N + \right. \\
&\quad \left. + \alpha_q + \mathcal{O}(1/N) \right], \\
d_q^{(1)}(N, \mu_0^2, m^2) &= C_F \left[-2 \ln^2 N + 2 \left(1 - 2\gamma_E + \ln \frac{m^2}{\mu_0^2} \right) \ln N + \right. \\
&\quad \left. + \delta_q + \mathcal{O}(1/N) \right].
\end{aligned} \tag{14}$$

Суммирование ведущих $\alpha_s^n \ln^{n+1} N$ и следующих за ведущими $\alpha_s^n \ln^n N$ вкладов во всех порядках по константе сильного взаимодействия выполнено в работе [4]. При этом в областях $x \approx 0$ и $x \approx 1$ функция фрагментации принимает отрицательные значения вызванные членами пропорциональными $\alpha_s \ln x$, $\alpha_s/(1-x)_+$ и $\alpha_s [\ln(1-x)/(1-x)]_+$. В этом случае, при приближении к единице область отрицательных значений начинается заметно раньше (при $x \gtrsim (1 - \Lambda_{\text{QCD}}/m_c)$), чем для выражения (9) в фиксированном порядке теории возмущений. Такое поведение обуславливаются сингулярностью $\alpha_s(\mu^2)$ в полюсе Ландау $\mu \simeq \Lambda_{\text{QCD}}$.

Пороговым значением N для коэффициентной функции является

$$N_q^L = \exp \left(\frac{1}{b_0 \alpha_s(\mu^2)} \right) \simeq \frac{\mu^2}{\Lambda_{\text{QCD}}^2}, \tag{15}$$

а для начального условия

$$N_{\text{ini}}^L = \exp \left(\frac{1}{2 b_0 \alpha_s(\mu_0^2)} \right) \simeq \frac{\mu_0}{\Lambda_{\text{QCD}}}. \tag{16}$$

Чтобы восстановить физическое поведение фрагментационной функции, вводятся степенные поправки, выражающиеся в замене

$$N \rightarrow N \frac{1 + f/N_q^L}{1 + f N/N_q^L}, \tag{17}$$

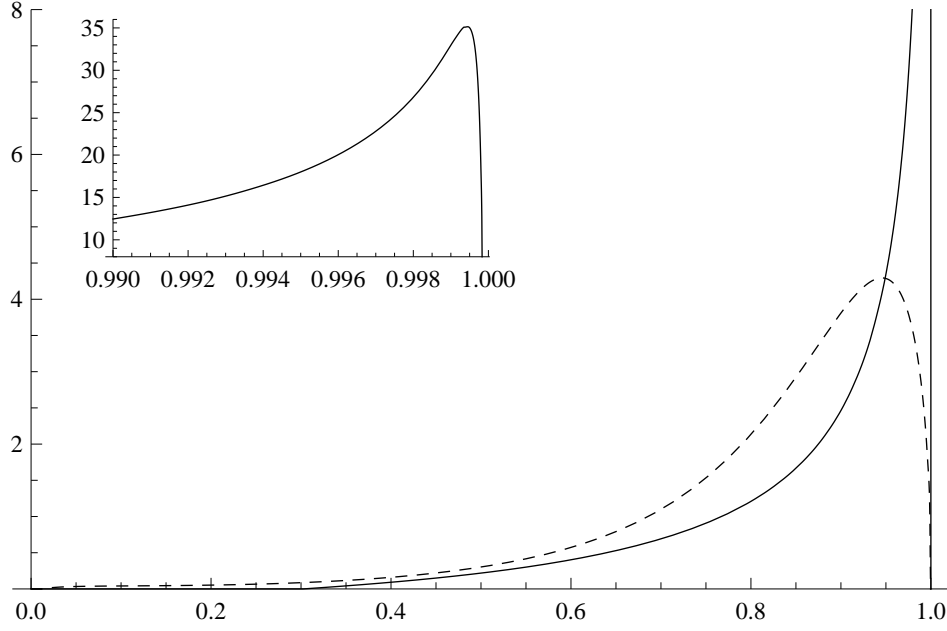


Рис. 1. Пертурбативная составляющая фрагментационной функции при $\mu = 10.58$ ГэВ. Сплошная линия - результат во втором порядке теории возмущений, пунктирная — с просуммированными во всех порядках мягкими глюонами.

в коэффициентной функции, и

$$N \rightarrow N \frac{1 + f/N_{\text{ini}}^L}{1 + f N/N_{\text{ini}}^L}. \quad (18)$$

в начальном условии. При $f \geq 1$ нефизичная область не достигается.

Следует не упускать из внимания, что несмотря на разумное поведение получаемых функций, нет какой-либо строгой мотивации проведения замен (17) и (18). Таким образом, область $x \rightarrow 1$ не описывается последовательным образом в рамках пертурбативной КХД.

Графики пертурбативных функций фрагментации, соответствующих энергиям Belle и ALEPH, представлены на рис. 1 и 2 соответственно. При этом предполагалось $m_c = 1.6$ ГэВ, $\Lambda_{\text{QCD}} = 0.2$ ГэВ, а параметр $f = 1$.

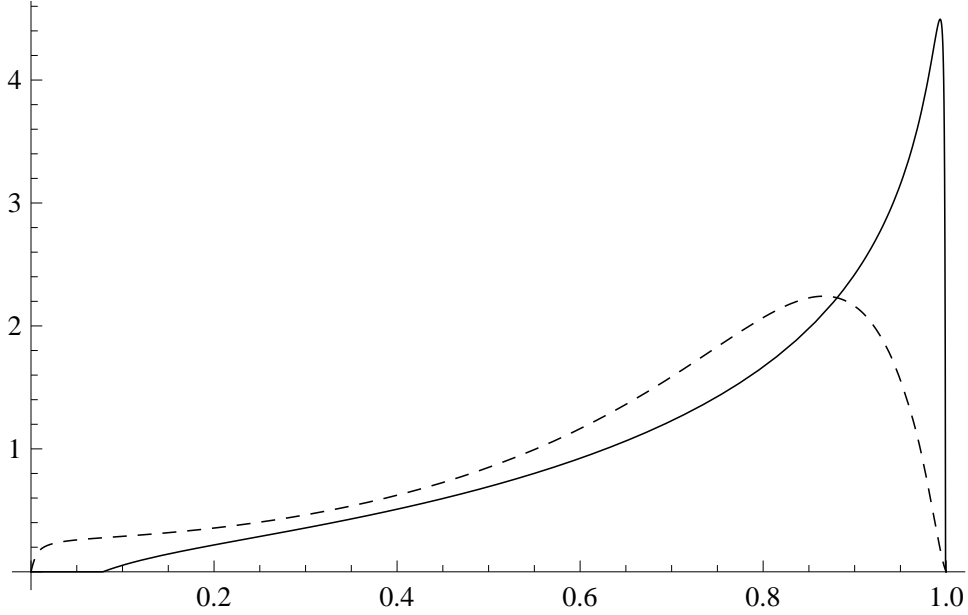


Рис. 2. Пертурбативная составляющая фрагментационной функции при $\mu = 91.18$ ГэВ. Сплошная линия - результат во втором порядке теории возмущений, пунктирная — с просуммированными во всех порядках мягкими глюонами.

3. НЕПЕРТУРБАТИВНАЯ ФУНКЦИЯ ФРАГМЕНТАЦИИ

Непертурбативная функция фрагментации КЛП [6] получена в предположении выполнения «соотношения взаимности»[2]. Суть его заключается в том, что, по крайней мере в области $z \sim 1$, непертурбативная функция фрагментации $D_q^{H(n.p.)}(z)^2$ совпадает с соответствующей функцией распределения тяжелых кварков в соответствующем адроне:

$$D_q^H(z) = f_H^q(z), \quad (19)$$

где $z = p_H/p_c$ — отношение импульса конечного адрона к импульсу адронизирующегося кварка.

² В дальнейшем обозначение “(п.р.)” будет опускаться, поскольку всякая непертурбативная функция фрагментации, в отличие от пертурбативной, снабжается обозначением соответствующего адрона, что позволит избежать путаницы.

Для D -мезонов функция распределения была определена в работе [17] на основе модели Кути-Вайскопфа [18]:

$$f_D^c(z) = \text{const} \cdot z^{-\alpha_c}(1-z)^{\gamma_M-\alpha_q}. \quad (20)$$

Здесь α_c — пересечения ведущей реждевской траектории, связанной с очарованным кварком, а $\alpha_q = 1/2$ — пересечение траектории ρ, ω, f, A_2 . Предположение об универсальности моря кварк-антикварковых пар во всех мезонах приводит к значению параметра $\gamma_M = 3/2$. Существует некоторая неопределенность в величине α_c . Теоретические исследования [19], основанные на систематике Редже-траекторий, указывают на значение α_c в интервале от -2.0 до -3.5 . Это несколько больше, чем величина $\alpha_c \approx -3 \div -4$, полученная в работе [20] с помощью КХД правил сумм. Другой способ определения α_c [21], по значению волновой функции векторного кваркония $Q\bar{Q}$ в начале координат, приводит к значению -3.5 ± 0.6 . В этой работе используем значение -3.5 .

Аналогично, для Λ_C -барионов можно получить

$$f_{\Lambda_C}^c(z) = \text{const} \cdot z^{-\alpha_c}(1-z)^{1+\gamma_B-2\alpha_q}, \quad (21)$$

где $\gamma_B = 3$.

Таким образом, функции фрагментации КЛП записываются как

$$\begin{aligned} D_c^D(z) &= \text{const} \cdot z^{-\alpha_c}(1-z), \\ D_c^{\Lambda_C}(z) &= \text{const} \cdot z^{-\alpha_c}(1-z)^3, \end{aligned} \quad (22)$$

где константы обеспечивают нормировку интеграла на 1.

Зачастую, при фитировании экспериментальных данных величина α_c рассматривается как свободный параметр. При этом, для мезонов при энергии, соответствующей резонансу $\Upsilon(4S)$, получают значение $\alpha_c \approx -5.6$ [9],

а для Λ_C -барионов $\alpha_c \approx -7.6$ [8]. Эти значения заметно превышают теоретические предсказания. Можно предположить, что при фитировании экспериментальных данных, величина α_c определяется не столько по асимптотике при $z \rightarrow 0$, сколько по положению максимума распределения.

Поэтому в данной работе в качестве непертурбативной функции фрагментации будет использована функция

$$D_c^H(z) = \text{const} \cdot z^{-\alpha_c - \beta} \left(z - e^{\delta(z-1)/z^2} \right)^\beta, \quad (23)$$

где $\alpha_c = -3.5$ — пересечение ведущей реждевской траектории, одинаковое для мезонов и барионов, $\beta = 1$ для очарованных мезонов и $\beta = 3$ для барионов в соответствии с (22), а параметр δ позволяет менять положение максимума. Нетрудно убедиться, что функция (23) для мезонов и барионов имеет при $x \rightarrow 0$ и $x \rightarrow 1$ асимптотики отличающиеся от асимптотик функций КЛП лишь постоянным множителем.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ

Для получения спектра c -кварков по переменной x было численно произведено обратное преобразование Меллина путем интегрирования в комплексной плоскости по вертикальному контуру:

$$\frac{d\sigma_c}{dx}(x, q^2, m^2) = \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} \frac{dN}{2\pi i} x^{-N} \sigma_c(N, q^2, m^2), \quad (24)$$

где величина $\sigma_c(N, q^2, m^2)$ определена в формуле (12). Поскольку в фиксированном порядке теории возмущений полюс Ландау не возникает, то достаточно отступить от 0 на любое положительное γ . Проведенные при разных γ преобразования, приводя к одинаковым распределениям по x , доказывают независимость результата от параметра γ .

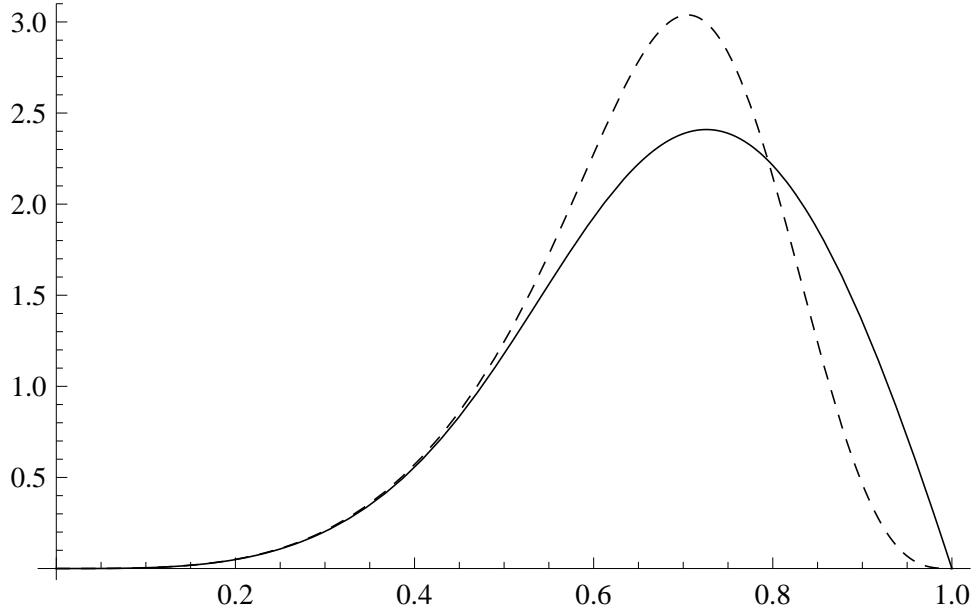


Рис. 3. Непертурбативная функция фрагментации (23). Сплошная линия - для D^* -мезонов, пунктирная — для Λ_C -барионов.

Форма непертурбативной функции фрагментации выбиралась на основе данных коллаборации Belle по прямому рождению D^* -мезонов и Λ_C -барионов при энергии 10.58 ГэВ, имеющих наилучшую точность и наибольшую статистику. Считая величину α_c заданной и равной 3.5, варьировался параметр δ . Лучше всего экспериментальные данные описываются при значении $\delta = 2.1$ для D^* -мезонов и $\delta = 4.5$ для Λ_C -барионов. Заметим, что выбранные численные значения обеспечивают совпадение фрагментационных функций для мезонов и барионов при $x \rightarrow 0$ (см. рис. 3), наблюдающееся на эксперименте. При этом левая часть спектра наилучшим образом описывается именно при значении $\alpha_c = 3.5$. Проверено, что значения $\alpha_c = 3.0$ и $\alpha_c = 4.0$ не позволяют добиться удовлетворительного описания данных варьированием параметра δ .

4.1. Рождение D^* -мезонов и Λ_C -барионов в $e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$

Для получения импульсного распределения адронов от прямого рождения пар $c\bar{c}$ достаточно свернуть спектр c -кварков (24) с функцией (23):

$$\frac{d\sigma_H}{dx}(x) = \int_x^1 \frac{dz}{z} \left(\frac{d\sigma_c}{dz}(z) \right) D_c^H \left(\frac{x}{z} \right). \quad (25)$$

При этом в случае рождения D^* -мезонов в экспериментах Belle и CLEO эволюция в пертурбативной составляющей фрагментационной функции производится до масштаба $\sqrt{s} = 10.58$ ГэВ и берется мезонная непертурбативная функция фрагментации:

$$D_c^{D^*}(z) = const \cdot z^{2.5} \left(z - e^{2.1(z-1)/z^2} \right). \quad (26)$$

Для сравнения с экспериментальными данными здесь и далее все распределения нормированы на 1. Как можно видеть из рис. 4, результат хорошо согласуется с экспериментом.

Данные коллабораций TASSO и TPC по фрагментации D^* -мезонов были получены не при фиксированной энергии пучка. Предоставляемая ими статистика объединяет события при энергиях от 29 до 46 ГэВ. Для расчета спектра в этом случае была взята полусумма непертурбативных фрагментационных функций при энергиях 29 и 46 ГэВ. Важно отметить, что все остальные параметры, участвующие в расчете, оставлены теми же. При этом так же наблюдается разумное согласие с экспериментом (рис. 5).

В случае образования D^* -мезонов при энергии $\sqrt{s} = 91.18$ ГэВ в расчетах меняется только конечный масштаб эволюции пертурбативной функции фрагментации. Непертурбативная составляющая полностью совпадает

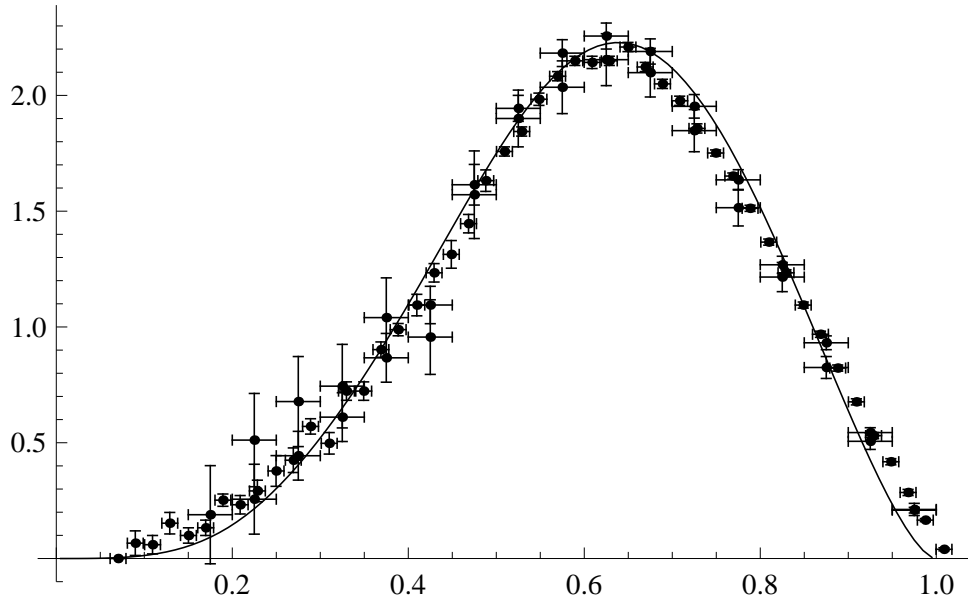


Рис. 4. Спектр D^* -мезонов в e^+e^- -аннигиляции от фрагментации s -кварка при $\sqrt{s} = 10.58$ ГэВ, рассчитанный по формуле (25), в сравнении с экспериментальными данными коллабораций Belle и CLEO.

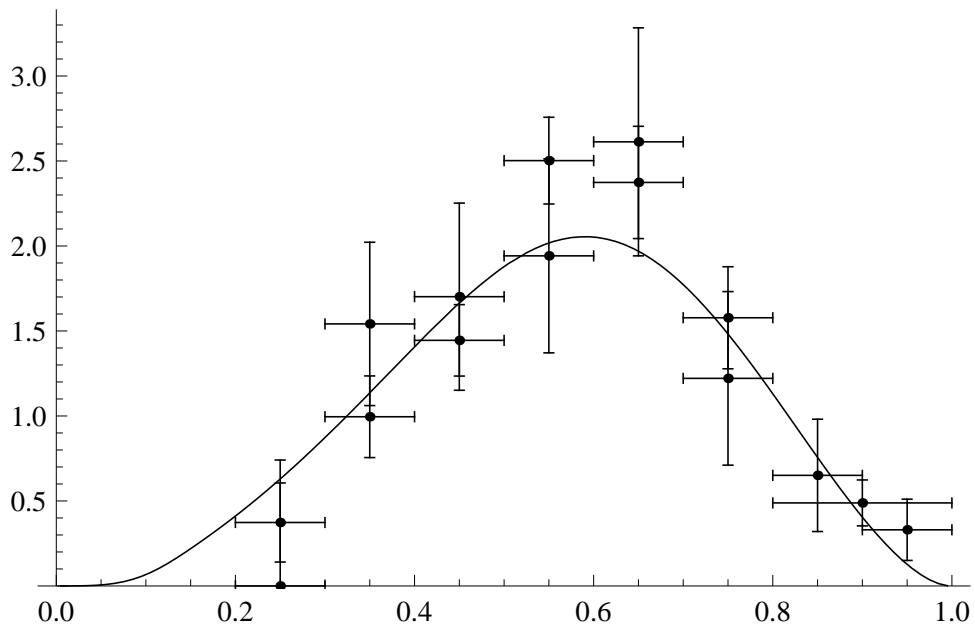


Рис. 5. Спектр D^* -мезонов в e^+e^- -аннигиляции от фрагментации s -кварка при $\sqrt{s} \sim 35$ ГэВ, рассчитанный по формуле (25), в сравнении с экспериментальными данными коллабораций TASSO и TRC.

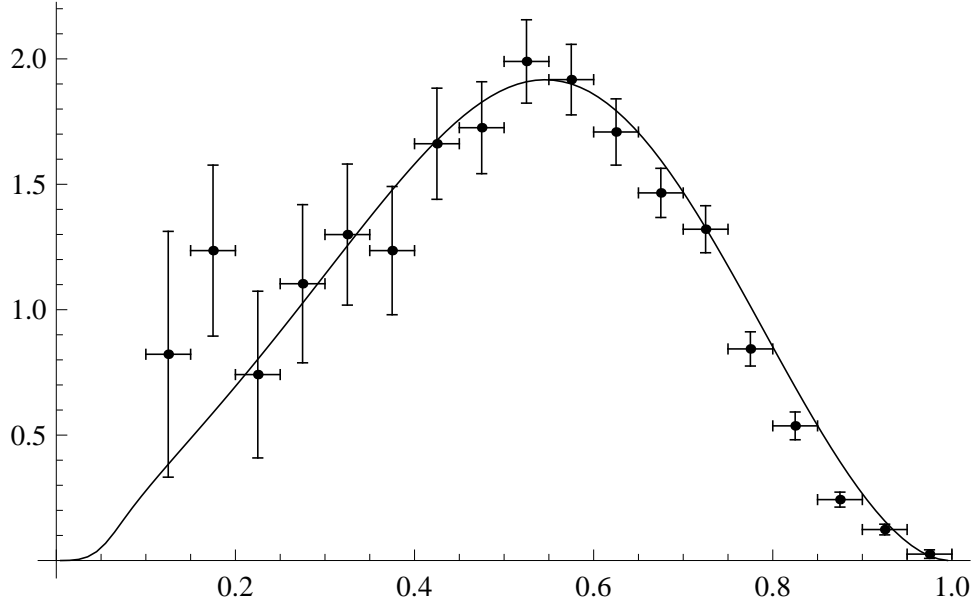


Рис. 6. Спектр D^* -мезонов в e^+e^- -аннигиляции от фрагментации s -кварка при $\sqrt{s} = 91.18$ ГэВ, рассчитанный по формуле (25), в сравнении с экспериментальными данными коллаборации ALEPH.

с использованной ранее. Результат хорошо согласуется с экспериментальными данными (рис. 6).

Для вычисления спектра Λ_C -барионов при $\sqrt{s} = 10.58$ ГэВ берется та же пертурбативная функция фрагментации, что и для D^* -мезонов при этой энергии. В качестве непертурбативной составляющей используется барионная фрагментационная функция из предыдущей главы:

$$D_c^{\Lambda_C}(z) = \text{const} \cdot z^{0.5} \left(z - e^{4.5(z-1)/z^2} \right)^3. \quad (27)$$

В сравнении с данными коллабораций BaBar и Belle спектр Λ_C -барионов приведен на рис. 7.

Как несложно видеть, различное для мезонов и барионов поведение непертурбативной функции хорошо согласуется с экспериментом, причем корректное описание области $x \rightarrow 1$ свидетельствует о правильном выборе асимптотик при $x \rightarrow 1$ функций (26,27). Также можно говорить об

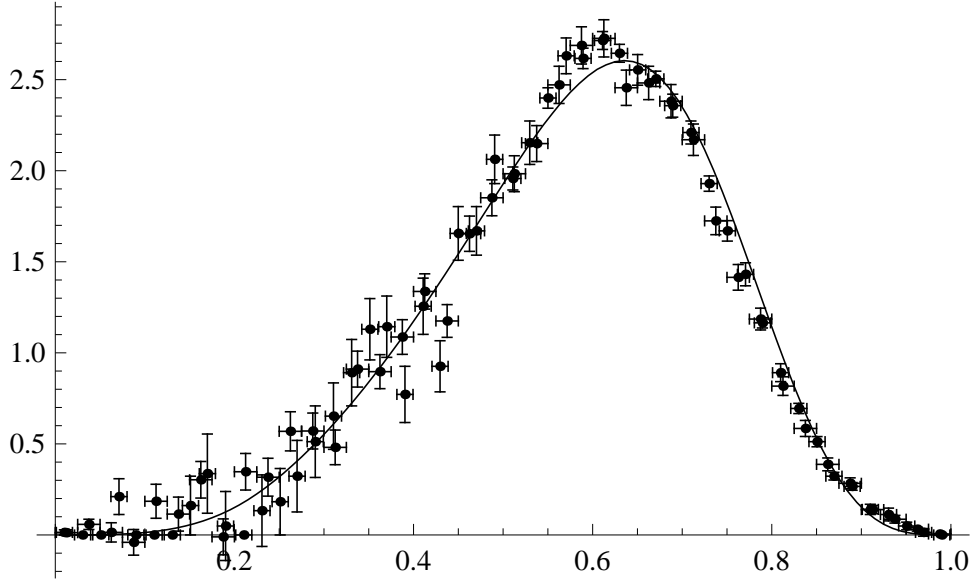


Рис. 7. Спектр Λ_C -барионов в e^+e^- -аннигиляции от фрагментации s -кварка при $\sqrt{s} = 10.58$ ГэВ, рассчитанный по формуле (25), в сравнении с экспериментальными данными коллабораций BaBar и Belle.

отсутствии нарушения факторизации при эволюции от энергии 10.58 ГэВ до энергии 91.18 ГэВ, т.к. для согласия с экспериментом не потребовалось менять других параметров, кроме конечного масштаба эволюции. К сожалению, отсутствующие экспериментальные данные по образованию Λ_C -барионов в процессе прямого рождения пар $c\bar{c}$ в пике Z -бозона не позволяют провести дополнительную проверку этих утверждений. На рис. 8 представлен предсказываемый спектр.

4.2. Рождение D -мезонов в $e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$

D -мезоны в рассматриваемом процессе образуются как напрямую от фрагментации s -кварков, так и в распадах D^* , которые рождаются при e^+e^- -аннигиляции чаще, чем D . Простая оценка по числу спиновых состояний $2J + 1$ дает втрое большую вероятность рождения D^* по сравнению

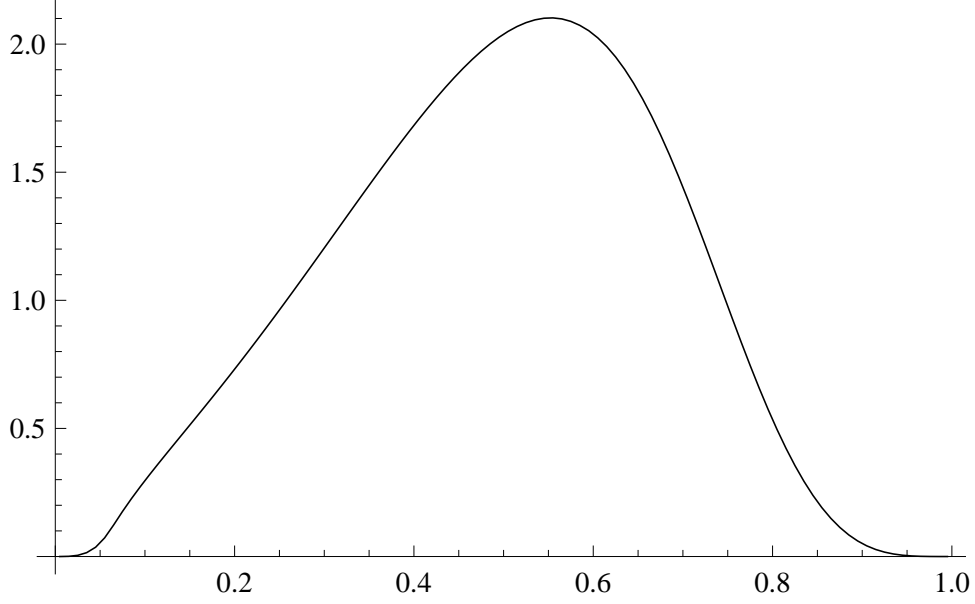


Рис. 8. Спектр Λ_c -барионов в e^+e^- -аннигиляции от фрагментации c -кварка при $\sqrt{s} = 91.18$ ГэВ, рассчитанный по формуле (25).

с D . Однако на эксперименте обнаружено, что сечение рождения D^* лишь в 1.4 раз больше [11]. В расчетах будем использовать экспериментальное значение и предполагать, что вероятности рождения D^{*+} , D^{*-} и D^{*0} равны.

С учетом сказанного, будем строить функции фрагментации D^{+3} и D^0 -мезонов как линейные комбинации вкладов от прямого рождения и возможных распадов. Как известно, $D^{*\pm}$ и D^{*0} с неотличимой от 1 вероятностью распадаются на $D\pi$ или $D\gamma$. Рассмотрим эти распады.

Распад $D^* \rightarrow D\pi$ происходит непосредственно под порогом. Поэтому импульсом D -мезона в системе покоя D^*

$$p' = \sqrt{\left(\frac{m_{D^*}^2 + m_D^2 - m_\pi^2}{2m_{D^*}}\right)^2 - m_D^2} = 16 \text{ МэВ} \quad (28)$$

можно пренебречь. В этом случае скорость D совпадает со скоростью распадающегося D^* , и их импульсы пропорциональны массам. Соответствен-

³ В дальнейшем, говоря о D^+ , будем подразумевать, что тоже самое выполняется и для D^- .

но, вклад распада $D^* \rightarrow D\pi$ в рождение D -мезонов можно записать как

$$\tilde{D}^{D\pi}(z) = D_c^{D^*} \left(z \frac{m_{D^*}}{m_D} \right) \theta \left(1 - z \frac{m_{D^*}}{m_D} \right) \frac{m_{D^*}}{m_D}, \quad (29)$$

где $D_c^{D^*}(z)$ — непертурбативная функция фрагментации D^* -мезонов (26).

Интеграл от функции (29) нормирован на 1, так что она должна входить в непертурбативную функцию фрагментации D -мезонов с весом, пропорциональным вероятности распада $D^* \rightarrow D\pi$, а также вероятности рождения D^* .

Рассмотрим теперь распад $D^* \rightarrow D\gamma$. В этом случае D -мезон в системе покоя D^* -мезона имеет заметный импульс

$$p' = \frac{m_{D^*}^2 - m_D^2}{2m_{D^*}} = 135 \text{ МэВ}. \quad (30)$$

В лабораторной системе его импульс определяется преобразованием Лоренца:

$$p = \gamma(p' \cos \theta + \beta \epsilon'), \quad (31)$$

где β — скорость D^* -мезона, $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, θ — угол вылета D -мезона по отношению к направлению импульса D^* , а $\epsilon' = (m_{D^*}^2 + m_D^2)/(2m_{D^*})$ — его энергия в системе покоя D^* -мезона. Обозначив импульс и энергию D^* -мезона в лабораторной системе p^* и ϵ^* соответственно, моментально получаем

$$\gamma = \frac{\epsilon^*}{m_{D^*}}, \quad \beta = \frac{p^*}{\gamma m_{D^*}}. \quad (32)$$

Введя переменные

$$\begin{aligned} z &= \frac{p}{p_{max}^D} \equiv \frac{p}{\sqrt{s/4 - m_D^2}} \\ z^* &= \frac{p^*}{p_{max}^{D^*}} \equiv \frac{p^*}{\sqrt{s/4 - m_{D^*}^2}} \end{aligned} \quad (33)$$

можно записать вклад распада $D^* \rightarrow D\gamma$ в образование D -мезонов как

$$\tilde{D}^{D\gamma}(z) = \int_0^1 dz^* \int_{-1}^1 \frac{d \cos \theta}{2} D_c^{D^*}(z^*) \delta \left(z - \gamma \frac{p' \cos \theta + \beta \epsilon'}{p_{max}} \right). \quad (34)$$

Как и в предыдущем случае, интеграл от функции (34) нормирован на 1.

Для прямого рождения как D^+ , так и D^0 -мезонов используем ту же непертурбативную фрагментационную функцию (26), что и для D^* :

$$D_c^D(z) = D_c^{D^*}(z). \quad (35)$$

Относительные вероятности рассмотренных распадов для заряженных и нейтральных мезонов равны [22]

$$\begin{aligned} Br_{D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+} &= 67.7 \pm 0.5, \% \\ Br_{D^{*+} \rightarrow D^+ \pi^0} &= 30.7 \pm 0.5, \% \\ Br_{D^{*+} \rightarrow D^+ \gamma} &= 1.6 \pm 0.4, \% \\ Br_{D^{*0} \rightarrow D^0 \pi^0} &= 61.9 \pm 2.9, \% \\ Br_{D^{*0} \rightarrow D^0 \gamma} &= 38.1 \pm 2.9, \% \end{aligned} \quad (36)$$

В результате функции фрагментации D -мезонов запишутся как

$$\begin{aligned} \tilde{D}_c^{D^+}(z) &= n^{D^+} (D_c^D(z) + c \left[Br_{D^{*+} \rightarrow D^+ \gamma} \tilde{D}^{D\gamma}(z) + \right. \\ &\quad \left. + Br_{D^{*+} \rightarrow D^+ \pi^0} \tilde{D}^{D\pi}(z) \right]) \end{aligned} \quad (37)$$

и

$$\begin{aligned} \tilde{D}_c^{D^0}(z) &= n^{D^0} (D_c^D(z) + c \left[Br_{D^{*0} \rightarrow D^0 \gamma} \tilde{D}^{D\gamma}(z) + \right. \\ &\quad \left. + (Br_{D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+} + Br_{D^{*0} \rightarrow D^0 \pi^0}) \tilde{D}^{D\pi}(z) \right]), \end{aligned} \quad (38)$$

где $c = 1.4$ — отношение вероятностей рождения D^* и D -мезонов, а коэффициенты n^{D^+} и n^{D^0} обеспечивают нормировку интеграла от функций

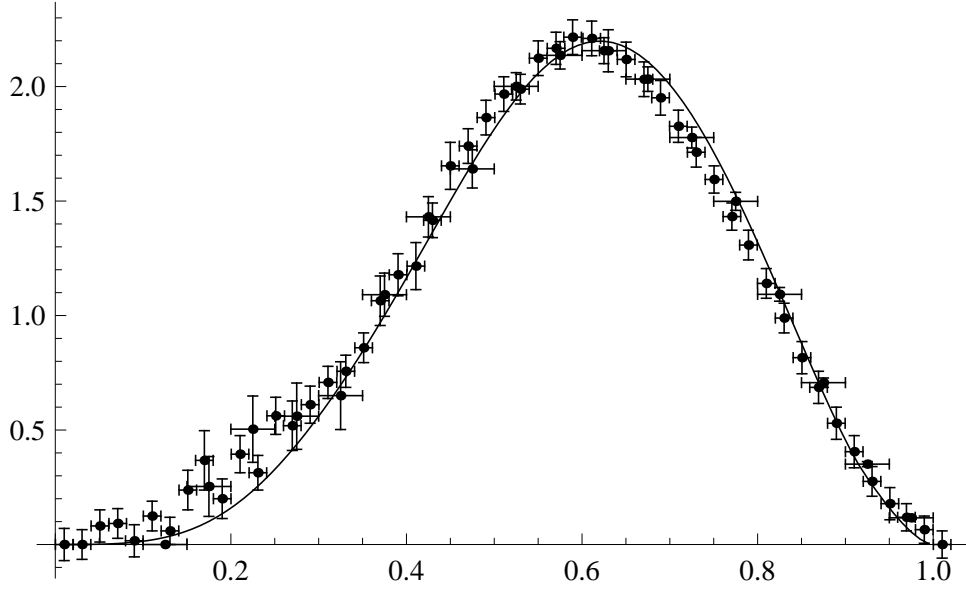


Рис. 9. Спектр D^+ -мезонов в e^+e^- -аннигиляции от фрагментации c -кварка при $\sqrt{s} = 10.58$ ГэВ, рассчитанный по формуле (40), в сравнении с экспериментальными данными коллабораций Belle и CLEO.

фрагментации на 1:

$$\begin{aligned} n^{D^+} &= (1 + c(Br_{D^{*+} \rightarrow D^+ \gamma} + Br_{D^{*+} \rightarrow D^+ \pi^0}))^{-1}, \\ n^{D^0} &= (1 + c(Br_{D^{*0} \rightarrow D^0 \gamma} + Br_{D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+} + Br_{D^{*0} \rightarrow D^0 \pi^0}))^{-1}. \end{aligned} \quad (39)$$

Для спектра c -кварков используем то же выражение (24), что и ранее. При этом эволюция пертурбативной фрагментационной функции производится до масштаба 10.58 ГэВ, соответствующего энергии в экспериментах CLEO и Belle. Для получения спектров D^+ и D^0 -мезонов в этих экспериментах свернем спектр c -кварков с функциями (37) и (38) соответственно:

$$\frac{d\sigma_{D^{+0}}}{dx}(x) = \int_x^1 \frac{dz}{z} \left(\frac{d\sigma_c}{dz}(z) \right) D_c^{D^{+0}} \left(\frac{x}{z} \right). \quad (40)$$

Результат для D^+ -мезонов приведен на рис. 9, а для D^0 — на рис. 10. Поскольку учет распадов $D^* \rightarrow DX$ является единственным отличием описания фрагментации D от D^* , то хорошее согласие с экспериментом ука-

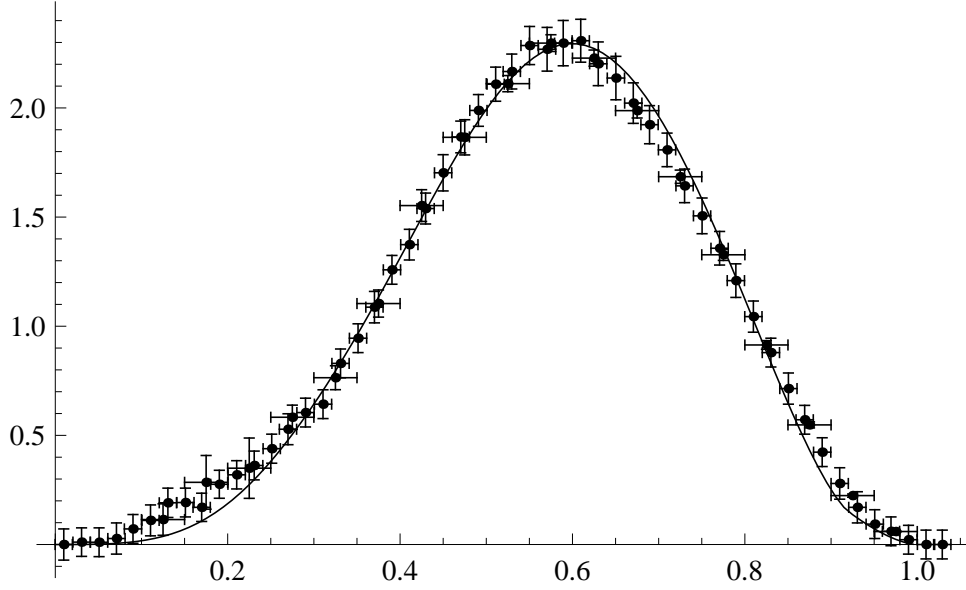


Рис. 10. Спектр D^0 -мезонов в e^+e^- -аннигиляции от фрагментации c -кварка при $\sqrt{s} = 10.58$ ГэВ, рассчитанный по формуле (40), в сравнении с экспериментальными данными коллабораций Belle и CLEO.

зывает на совпадение фрагментационных функций для прямого рождения D и D^* -мезонов. Наблюдаемый на эксперименте более мягкий спектр D^0 по сравнению с D^+ обусловлен бóльшей вероятностью распада $D^* \rightarrow D^0 X$.

4.3. Рождение D^* -мезонов и Λ_C -барионов в распадах B -мезонов

Рассмотрим теперь образование очарованных частиц в распадах b -кварка. Энергия 10.58 ГэВ соответствует резонансу $\Upsilon(4S)$, распадающемуся с близкой к 1 вероятностью на пары $B\bar{B}$. B -мезоны от распада находятся практически в покое, т.к. их масса $m_B = 5.28$ ГэВ $\simeq \sqrt{s}/2$. Пренебрегая движением b -кварка в B -мезоне, можно легко найти спектр c -кварков от распада B . Он находится как спектр c -кварков от слабых распадов $b \rightarrow c + l\nu_l$, $b \rightarrow c + q\bar{q}$, $b \rightarrow c + \bar{c}s$ и $\bar{b} \rightarrow \bar{c} + c\bar{s}$. Результат расчетов приведен на рис. 11. Значению $z = 1$ соответствует максимальный кинема-

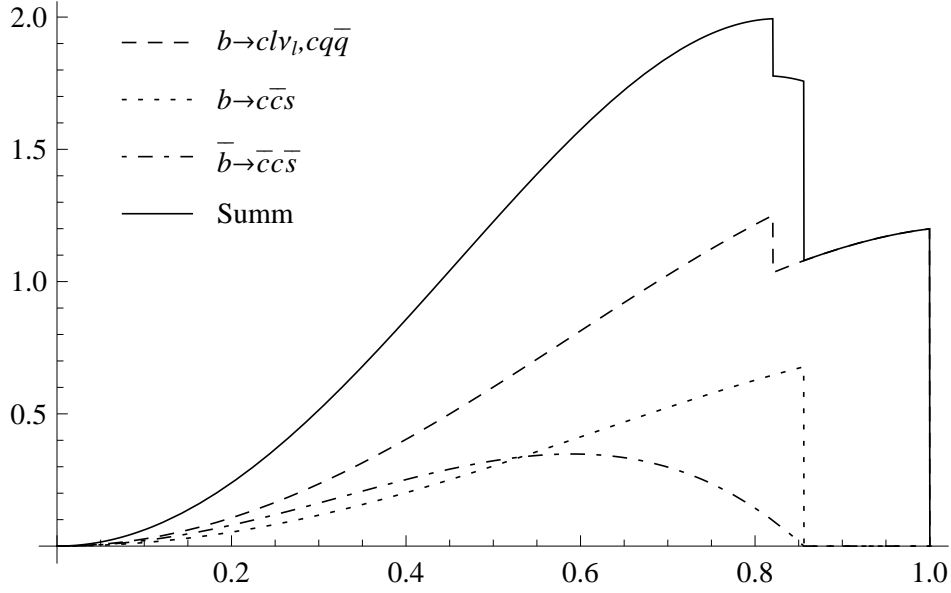


Рис. 11. Спектры c -кварков от распадов $b \rightarrow cl\nu_l$, $b \rightarrow cq\bar{q}$, $b \rightarrow c\bar{c}s$, $\bar{b} \rightarrow \bar{c}s$

тически разрешенный в данных условиях импульс c -кварка.

Спектр очарованных адронов от распадов B -мезонов запишем как:

$$\frac{d\sigma_H}{dx}(x) = \int_x^1 \frac{dz}{z} \left(\frac{d\sigma_{b \rightarrow c}}{dz}(z) \right) D_c^{(n.p.)} \left(\frac{x}{z} \right). \quad (41)$$

где $d\sigma_{b \rightarrow c}/dz$ — спектр c -кварков от распада B -мезона. При этом пренебрегается какой-либо пертурбативной фрагментационной функцией, поскольку при столь малой энергии она должна быть близка к δ -функции.

Спектр D^* -мезонов получен с использованием той же мезонной непертурбативной функции фрагментации, что и ранее. В экспериментальных данных значению $x = 1$ соответствует максимальный кинематически разрешенный импульс D^* -мезона при энергии $\sqrt{s} = 10.58$ ГэВ:

$$p_{max}^{D^*} = \sqrt{s/4 - m_{D^*}^2} = 4.89 \text{ ГэВ}. \quad (42)$$

Максимальный импульс D^* -мезона от распада B равен максимальному

импульсу c -кварка:

$$p_{max}^c = \sqrt{\frac{(m_b^2 + m_c^2)^2}{4m_b^2} - m_c^2} = 2.24 \text{ ГэВ}. \quad (43)$$

Это значение хорошо согласуется с кинематическим пределом рассчитанным через массы адронов (а не кварков):

$$p_{max}^{B \rightarrow D^*} = \sqrt{\frac{(m_B^2 + m_D^2)^2}{4m_B^2} - m_D^2} = 2.26 \text{ ГэВ}. \quad (44)$$

Таким образом, найденный спектр занимает область $x < p_{max}^c/p_{max}^{D^*} = 0.46$. В сравнении с экспериментальными данными он представлен на рис. 12, из которого видно, что предсказанный спектр сосредоточен в области меньших импульсов, чем экспериментальный. Для наглядности нормировка экспериментальных данных была изменена так, чтобы достичь согласия в области малых x . Причина расхождения с экспериментом, вероятно, заключается в поправках m_c^2/s , становящихся большими при столь малой энергии.

Как и спектр D^* -мезонов, спектр Λ_C -барионов получен по формуле (41). В качестве непертурбативной функции фрагментации для Λ_C -барионов, как и в случае их прямого рождения, использовано выражение (27). Максимальный кинематически разрешенный импульс при энергии $\sqrt{s} = 10.58 \text{ ГэВ}$ в этом случае равен

$$p_{max}^{\Lambda_C} = \sqrt{s/4 - m_{\Lambda_C}^2} = 4.77 \text{ ГэВ}. \quad (45)$$

При нахождении максимального импульса Λ_C -бариона от распада B следует учесть, что поскольку барионное число сохраняется, то рождение Λ_C будет сопровождаться рождением по крайней мере одного антибариона.

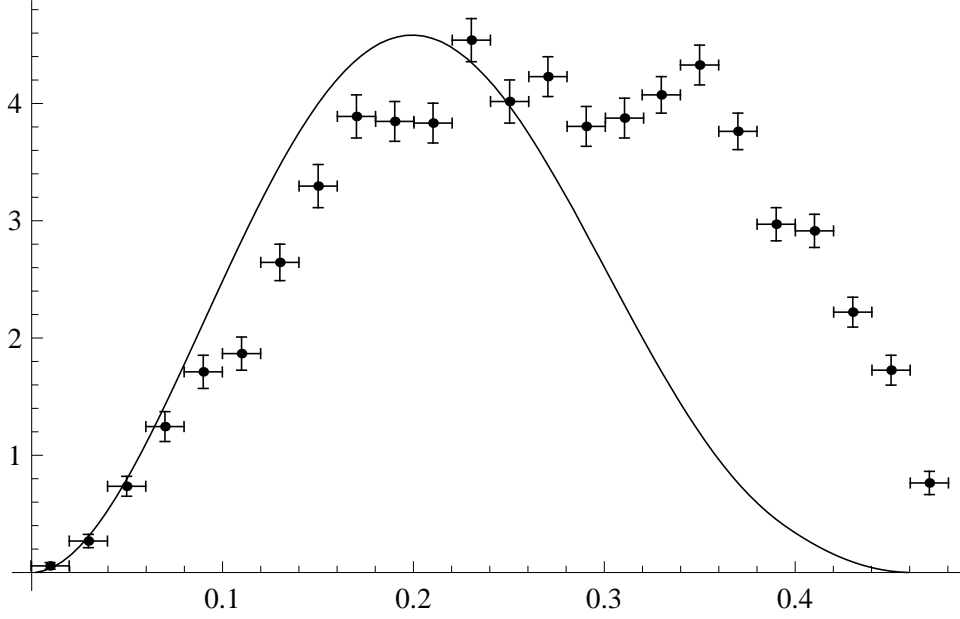


Рис. 12. Спектр D^* -мезонов в e^+e^- -аннигиляции от фрагментации b -кварка при $\sqrt{s} = 10.58$ ГэВ, рассчитанный по формуле (41), в сравнении с экспериментальными данными коллаборации Belle.

Легчайшим барионом является протон. Соответственно максимальный импульс Λ_C -бариона от распада B равен

$$p_{max}^{B \rightarrow \Lambda_C} = \sqrt{\frac{(m_B^2 + m_{\Lambda_C}^2 - m_p^2)^2}{4m_B^2} - m_{\Lambda_C}^2} = 2.02 \text{ ГэВ}. \quad (46)$$

Это значение заметно отличается от максимального импульса c -кварка p_{max}^c .

При вычислении спектра Λ_C -барионов от распада B максимальный импульс c -кварка положим равным $p_{max}^{B \rightarrow \Lambda_C}$. Соответственно спектр расположен в области $x < p_{max}^{B \rightarrow \Lambda_C} / p_{max}^{\Lambda_C} = 0.42$. Его форма хорошо согласуется с экспериментальными данными (рис. 13). То, что теоретический спектр лежит несколько правее, можно объяснить тем, что экспериментальные данные не скорректированы с учетом излучения в начальном состоянии, которое может особенно влиять на область малых импульсов.

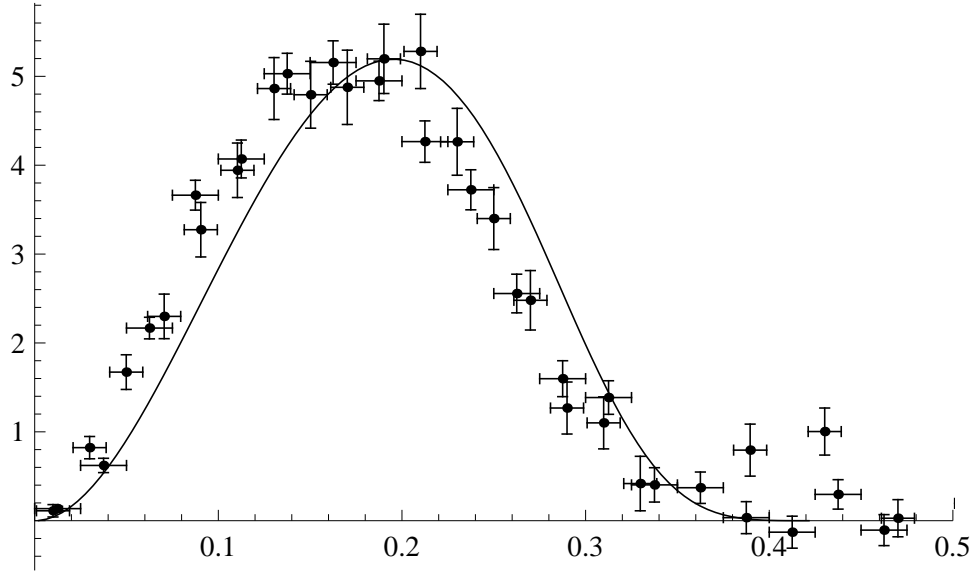


Рис. 13. Спектр Λ_C -барионов в e^+e^- -аннигиляции от фрагментации b -кварка при $\sqrt{s} = 10.58$ ГэВ, рассчитанный по формуле (41), в сравнении с экспериментальными данными коллабораций BaBar и Belle.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрено рождение D^* -мезонов и Λ_C -барионов в широком диапазоне энергий. При этом предполагалось, что зависимость от конечной энергии содержится только в пертурбативной функции фрагментации, для которой использовалось выражение в NLO-приближении. Хорошее описание экспериментальных данных по рождению D^* -мезонов при энергиях 10.2, 35 и 91.2 ГэВ позволяет заключить о отсутствии нарушения факторизации в этом диапазоне энергий.

Важно отметить, что непертурбативные функции (26) и (27) использовались во всех вычислениях с одинаковыми значениями параметров. Это позволяет утверждать, что выполняется разделение пертурбативных и непертурбативных вкладов в фрагментацию. Действительно, пертурбативная составляющая, описывает только рождение тяжелого кварка при данной

энергии, непertурбативная — только переход этого кварка в адрон.

Согласие с экспериментальными спектрами в области $x \rightarrow 1$ как для мезонов, так и для барионов обусловлено различием только в непertурбативных функциях. Это доказывает зависимость непertурбативной функции от конечной частицы. При этом различия присутствуют только в области $x \sim 1$, в которой пертурбативная КХД не применима.

В области малых x непertурбативные функции очарованных мезонов и барионов совпадают. При этом общий для них параметр α_c , определяющий асимптотику при $x \rightarrow 0$, равен -3.5 , что близко к теоретически предсказываемому значению пересечения ведущей редже-траектории для чарма.

На основании анализа импульсных распределений D -мезонов, можно заключить что в рамках текущей точности не обнаруживается различий в прямом рождении D и D^* -мезонов. Несмотря на то, что для прямого рождения мезонов использовалась одна и та же функция фрагментации, преждевременно говорить и о точном совпадении фрагментационных функций прямого рождения. Дело в том, что основной вклад в различия спектров вносят распады $D^* \rightarrow DX$, и он усилен вероятностью рождения D^* по сравнению с D .

При рассмотрении распадов B -мезонов обнаружилось существенное расхождение в спектрах D^* -мезонов. Вероятно, причина состоит в больших поправках к факторизационной формуле при малых энергиях, а так же в увеличении роли нефрагментационных механизмов. Спектр Λ_C -барионов в распадах B -мезонов, тем не менее, хорошо согласуется с экспериментом.

Автор признателен А.К. Лиходеду за идею работы и плодотворные обсуждения. Также автор благодарен А.В. Лучинскому за ценные рекоменда-

дании и рецензенту А.В. Бережному за справедливые замечания, способствовавшие более глубокому пониманию рассматриваемых вопросов.

Список Литературы

1. Y. L. Dokshitzer, Sov. Phys. JETP **46**, 641 (1977) [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **73**, 1216 (1977)].
2. V. N. Gribov and L. N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **15**, 438 (1972) [Yad. Fiz. **15**, 781 (1972)].
3. G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys. B **126**, 298 (1977).
4. M. Cacciari and S. Catani, Nucl. Phys. B **617**, 253 (2001) [arXiv:hep-ph/0107138].
5. S. Catani, M. L. Mangano, P. Nason and L. Trentadue, Nucl. Phys. B **478**, 273 (1996) [arXiv:hep-ph/9604351].
6. V. G. Kartvelishvili, A. K. Likhoded and V. A. Petrov, Phys. Lett. B **78**, 615 (1978).
7. V. G. Kartvelishvili and A. K. Likhoded, Sov. J. Nucl. Phys. **29**, 390 (1979) [Yad. Fiz. **29**, 757 (1979)].
8. B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], Phys. Rev. D **75**, 012003 (2007) [arXiv:hep-ex/0609004].
9. R. Seuster *et al.* [Belle Collaboration], Phys. Rev. D **73**, 032002 (2006) [arXiv:hep-ex/0506068].
10. M. Artuso *et al.* [CLEO Collaboration], Phys. Rev. D **70**, 112001 (2004) [arXiv:hep-ex/0402040].
11. R. Barate *et al.* [ALEPH Collaboration], Eur. Phys. J. C **16**, 597 (2000) [arXiv:hep-ex/9909032].
12. K. Ackerstaff *et al.* [OPAL Collaboration], Eur. Phys. J. C **1**, 439 (1998)

- [arXiv:hep-ex/9708021].
13. W. Braunschweig *et al.* [TASSO Collaboration], *Z. Phys. C* **44**, 365 (1989).
 14. H. Aihara *et al.* [TPC/Two Gamma Collaboration], *Phys. Rev. D* **34**, 1945 (1986).
 15. G. Curci, W. Furmanski and R. Petronzio, *Nucl. Phys. B* **175**, 27 (1980).
 16. B. Mele and P. Nason, *Nucl. Phys. B* **361**, 626 (1991).
 17. P. V. Chliapnikov, V. G. Kartvelishvili, V. V. Knyazev and A. K. Likhoded, *Nucl. Phys. B* **148**, 400 (1979).
 18. J. Kuti and V. F. Weisskopf, *Phys. Rev. D* **4** (1971) 3418.
 19. S. S. Gershtein, A. K. Likhoded and A. V. Luchinsky, *Phys. Rev. D* **74**, 016002 (2006) [arXiv:hep-ph/0602048].
 20. A. Y. Khodjamirian and A. G. Oganesian, *Phys. Atom. Nucl.* **56**, 1720 (1993) [*Yad. Fiz.* **56**, 172 (1993)].
 21. V. G. Kartvelishvili and A. K. Likhoded, *Yad. Fiz.* **42**, 1306 (1985) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **42**, 823 (1985)].
 22. C. Amsler *et al.* [Particle Data Group], *Phys. Lett. B* **667**, 1 (2008).