

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский физико-технический институт (государственный университет)»
МФТИ

«УТВЕРЖДАЮ»
Проректор по учебной и методической работе
_____ Д.А. Зубцов
« » _____ 20 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине: Нерелятивистская механика частиц и полей: векторный анализ и симметрии

по направлению: 03.03.01 – Прикладные математика и физика
профиль подготовки «Физика микромира»

факультет: ОПФ

кафедра: физика высоких энергий

Курс – 2

Семестр – 4

диф. зачет – 4 семестр

Трудоёмкость в зач. ед.: вариативная – 3 зач. ед.

в т.ч.:

лекции: 30 ч;

практические (семинарские) занятия: 15 часов;

лабораторные занятия: нет;

мастер классы, индивид. и групповые консультации: нет;

самостоятельная работа: 15 часов;

курсовые работы: нет;

подготовка и сдача экзаменов: нет.

ВСЕГО ЧАСОВ 60

Программу составил:

Д.ф.м.н. В.В.Киселев

Программа обсуждена на заседании кафедры

Физики высоких энергий ФОПФ МФТИ “13” июля 2015 г.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий кафедрой

Зайцев А.М.

Декан

М.Р. Трунин

Начальник учебного управления

Аннотация

Материал лекций и семинарских занятий представляет собой курс по специализации физики высоких энергии в начале магистерской программы по физике элементарных частиц.

В основе курса – законы механики, сформулированные под таким ракурсом, который позволяет затем их наиболее просто и эффективно применять для описания частиц и полей в классической нерелятивистской механике и подготовить методический инструментарий для логически ясного перехода к релятивистской механике частиц и теории поля, а также к квантовой теории в качестве продолжение данного спецкурса. В такой постановке целей изложения особый упор сделан на обосновании и применении таких понятий как действие, теорема Нётер и сохраняющиеся величины, пространственно-временные симметрии, гамильтонова механика, движение в кулоновском или гравитационном поле и в поле изотропного осциллятора. Изложение пространственно-временных симметрий предусматривает обучение векторному анализу и, как следствие, введение генераторов пространственных трансляций и вращений для полей, понятия спина для поля, а значит, описание всей процедуры «квантования» собственных значений эрмитовых матриц для генераторов группы $SU(2)$. Переход к матричному представлению генераторов спинового вращения полей позволяет построить неприводимые тензорные представления для полей со собственным моментом вращения $s=0, 1, 2$, а при рассмотрении неприводимых тензорных произведений единичного радиус-вектора вывести выражения для сферических гармоник скаляра, вектора и тензора второго ранга.

В качестве приложений изучения симметрий движений построены сохраняющиеся интегралы движения для траекторий в кулоновском поле и для изотропного осциллятора, а также фазовый инвариант периодического и квазипериодического движения с рассмотрением его физического смысла в случае движения в магнитном поле.

Рассмотрен метод решения уравнений движения с помощью преобразования Фурье с определением дельта-функции Дирака на примере квазиупругого диполя в поле электромагнитной волны, выведено сечение рассеяния Томсона для электрона и описан метод функции Грина для вынужденных колебаний классического осциллятора, подчеркнуты физические различия для разных прескрипций обхода полюсов в плоскости комплексной частоты и их роль при использовании запаздывающей и причинной функций Грина классического осциллятора.

Таким образом, изложение построено так, чтобы дать единый взгляд как на классическую нерелятивистскую механику частиц и полей, так и на классическую и квантовую механику с их общим генезисом в терминах действия и его симметрий.

«Нерелятивистская механика частиц и полей: векторный анализ и симметрии»

Лекция 1. Динамика и действие. Причинность и действие на траектории. Частица: вероятность достоверности траектории. Поле: локальный лагранжиан. Принцип наименьшего действия. Теорема Нётер.

Детерминизм классической механики и начальные данные, траектории с фиксированными концами, динамический функционал на траектории, погрешность измерений и неопределенность траектории, трубка эквивалентных траекторий, функционал вероятности для пучка траекторий и его экстремальность на трубке классической траектории физической системы, принцип запрета Паули и введение амплитуды вероятности, операция перестановки траекторий тождественных частиц, фермионы и бозоны, функционал действия как логарифм амплитуды вероятности, экстремальность действия на «прямой» траектории, переход от механики точки к механике поля, действие в локальной теории поля, принцип наименьшего действия в механике, уравнения Эйлера–Лагранжа для частицы и для поля, правило Эйнштейна для суммирования по индексам, теорема Нётер, интегралы движения из однородности пространства и времени и из изотропии пространства.

Лекция 2. Инерциальные системы и функция Лагранжа свободной частицы. Амплитуда вероятности и постоянная действия. Гамильтонова механика.

Инерциальные системы, преобразования Галилея и вывод импульса и энергии свободной частицы из теоремы Нётер, единичная вероятность достоверности пучка экстремальных траекторий и вещественность действия, постоянная Планка, связь эйконала геометрической оптики с действием. Гамильтонова механика, скобки Пуассона, производящая функция канонических преобразований, метод решения уравнений Гамильтона–Якоби с использованием канонического преобразования и интегралов движения, центробежный потенциал в сферически симметричных полях, инкремент угла вращения при повороте от перицентра к апоцентру.

Лекция 3. Замкнутые финитные орбиты. Движение в кулоновском поле. Изотропный гармонический осциллятор. Теорема вириала.

Инкремент угла вращения от перицентра до апоцентра для замкнутой орбиты, бесконечно близкой к круговой, исследование критерия замкнутости любой финитной орбиты, инкремент угла поворота орбиты для бесконечно большой и нулевой энергии, траектория в кулоновском потенциале при ненулевом моменте импульса, эксцентриситет и его значения для эллипса, гиперболы и параболы, задача Кеплера, дифференциальное сечение резерфордского рассеяния и зеркального рассеяния на непроницаемом шаре, параметры эллипса при движении в поле изотропного гармонического осциллятора, среднее значение наблюдаемой по времени и ее производной по времени для финитного движения, теорема вириала.

Лекция 4. Векторный анализ. Евклидово пространство.

Длина и однородность и изотропность евклидова пространства, метрика, векторы, базис, декартовы и сферические координаты, инвариантные линейные функции на векторах и ковекторы, инвариантные полилинейные функции на векторах и тензоры, дифференциал инвариантной функции и законы преобразования векторов и ковекторов, символ Кронекера как инвариантный тензор второго ранга, метрика как ковариантный тензор второго ранга, обратная метрика, поднятие и опускание индексов, изометрии евклидова пространства, ортогональные, собственные преобразования, смешанное произведение трех векторов, ориентированный объем, тензор Леви-Чивита, векторное произведение в тензорных обозначениях, детерминант, вектор и тензор площади, ковектор ∇ , градиент, производная по направлению, дивергенция, ротор, лапласиан в декартовых и сферических координатах.

Лекция 5. Теоремы Гаусса и Стокса. Дифференциальные формы и интегрирование. Уравнения Максвелла.

Интегрирование векторов по замкнутым путям и поверхностям, теоремы Гаусса и Стокса, дифференциальные формы в евклидовом пространстве, внешнее произведение и внешнее дифференцирование, дивергенция и ротор в терминах дифференциальных форм, замкнутые и точные дифференциальные формы, формула Ньютона–Лейбница для дифференциальных форм. Суперпозиция электрического и магнитного полей, сила Лоренца, закон Кулона для точечного заряда, поток электрического поля через сферу, теорема Гаусса и закон Кулона в дифференциальной форме. Закон сохранения заряда в локальной форме и в 4-компонентных обозначениях, плотность тока, стационарные токи, закон Био-Савара в интегральной и локальной формах, закон индукции, теорема Стокса и локальная форма электромагнитной индукции, магнитные заряды в электродинамике Максвелла, ток смещения и система уравнений Максвелла в вакууме.

Лекция 6. Группа вращений и спин. Генераторы инфинитезимальных преобразований.

Группа пространственных трансляций, генераторы непрерывных преобразований координат и полей, задача на собственные значения генератора трансляций и волновой вектор плоской волны, коммутатор генераторов, абелевость группы трансляций, вращение и матрицы генераторов поворотов для вектора, некоммутативная алгебра генераторов группы вращений $so(3)$, группа $O(3)$, генератор орбитального вращения на примере скалярного поля, генератор вращения для векторного и тензорного полей.

Лекция 7. Спин $s=1$. Совместный базис двух эрмитовых матриц. Квантование спина. Тензорные поля.

Транспонирование и эрмитово сопряжение квадратных матриц, бра- и кет-векторы, уравнение на собственные значения, секулярное уравнение, вещественные собственные значения эрмитовых матриц, степень вырождения спектра, ортогональность собственных векторов с разными собственными значениями, собственные вектора и собственные значения матрицы проекция спина на ось z для $s=1$, сферическая гармоника вектора, действие повышающих и понижающих матриц для $s=1$, нулевой коммутатор эрмитовых матриц и совместный базис собственных векторов, физический

смысл коммутаторов генераторов группы вращений, общий случай «операторного» квантования матриц спина группы вращений, базис векторов спина s и действие на него понижающих и повышающих матриц, число компонент в базисе спина s , тензорные поля как базис полей с целым спином, переход от стандартного представления к индексному в декартовом базисе, спин $s=2$, неприводимые представления для полей спина s – симметричные бесследовые тензоры ранга s , нулевой спин символов Кронекера и Леви-Чивита, сферические гармоники $Y_{l,m}$ как симметричные бесследовые тензоры ранга l в виде тензорного произведения единичных радиус-векторов.

Лекция 8. Разложение приводимых тензоров на неприводимые. Спин $s=1/2$. Спинорная метрика. Поперечные векторные и тензорные поля.

Разложение тензора второго ранга в прямую сумму неприводимых слагаемых с $s=0, 1, 2$, симметричные и антисимметричные вклады, спинор и матрицы Паули, антикоммутатор, преобразование спинора при вращениях, поворот на угол 2π , эквивалентные представления группы вращения спиноров $SU(2)$, сопряженный спинор, билинейные спинорный инвариант и спинорная метрика, индексы с точками и без точек, проекции спина на ось волнового вектора для свободных поперечных полей спина $s=1$ и $s=2$.

Лекция 9. Тензор энергии-импульса и ток. Тензор энергии-импульса нерелятивистских частиц. Тензор орбитального момента. Скалярное поле амплитуды вероятности траектории.

Трансляционная инвариантность в пространстве-времени, 4-ковектор скорости, 4-ток плотности массы и закон сохранения массы в дифференциальной форме, сохранение тензора энергии-импульса и физический смысл компонент тензора: плотность энергии, поток энергии, плотность импульса, давление и напряжение, вращательная симметрия и тензор орбитального момента частиц, антисимметричный тензор углов вращения, сохранение тензора момента импульса как следствие симметричности тензора энергии-импульса, нерелятивистское поле – амплитуда вероятности траектории и уравнения поля из уравнений Гамильтона–Якоби, уравнение Шредингера из принципа наименьшего действия для поля Ψ , тензор энергии-импульса нерелятивистского поля и его компоненты, смысл нормировки поля, глобальная калибровочная инвариантность и электрический 4-ток, закон сохранения вероятности, локальная калибровочная инвариантность и ковариантная производная со связностью, векторный калибровочный бозон, дискретные симметрии зеркальной инверсии пространства и обращения стрелы времени.

Лекция 10. Симметрии и законы сохранения в случаях вырождения движения. Вектор Рунге–Ленца–Лапласа. Тензор Фрадкина. Квазипериодическое движение в магнитном поле.

Сохраняющийся вектор от центра кулоновского потенциала до второго фокуса эллипса финитной орбиты, связь генераторов симметрии со скобками Пуассона физических величин, отвечающих собственным значениям этих генераторов на полях амплитуды вероятности траектории, пример скобок Пуассона для момента импульса, скобки Пуассона вектора Рунге–Ленца–Лапласа и $SO(4)$ симметрия финитных

кулоновских орбит, эволюция изотропного гармонического осциллятора в терминах комплексных векторов в фазовом пространстве, группа $SU(3)$ как матричная группа инвариантности эволюции трехмерных фазовых векторов, матрицы Гелл-Манна, сохранение полуосей эллипса и тензор второго ранга, разложение тензора на синглет, вектор и квинтет по группе вращений, разложение тензора на синглет и октет по группе $SU(3)$, адиабатический инвариант периодического движения, инвариант для частицы в постоянном магнитном поле, поток магнитного поля в площади замкнутой орбиты, точность сохранения адиабатического инварианта при введении малых поправок, нарушающих периодичность.

Лекция 11. Рассеяние электромагнитных волн. Квазиупругий диполь. Функция Грина классического осциллятора.

Определение дифференциального сечения рассеяния электромагнитных волн, метод преобразования Фурье для решения дифференциальных уравнений, дельта-функция Дирака и обратное преобразование Фурье, рассеяние фотонов на заряженном гармоническом осцилляторе с затуханием, спектр и интенсивность вынужденных колебаний, линейная поляризация, тензор поляризации естественного света, усреднение единичного вектора на окружности, угловое распределение рассеянных электромагнитных волн, сечение Томсона, классический радиус электрона, рэлеевское рассеяние.

Литература:

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. *«Механика»*. «Наука»: Москва, 1988.
2. В.В.Киселев. *«Квантовая механика. Курс лекций»*. МЦНМО: Москва, 2009.
3. В.И.Арнольд. *«Математические методы классической механики»*. УРСС: Москва, 2003.
4. Б.Л. ван дер Варден. *«Алгебра»*. «Наука»: Москва, 1979.
5. Б.А.Дубровин, С.П.Новиков, А.Т.Фоменко. *«Современная геометрия»*. «Наука»: Москва, 1986.
6. Ю.М.Белоусов, С.Н.Бурмистров, А.И.Тернов. *«Задачи по теоретической физике»*. «Интеллект»: Долгопрудный, 2013.
7. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. *«Теория поля»*. «Наука»: Москва, 1976.
8. Дж.Джексон. *«Классическая электродинамика»*. «Мир»: Москва, 1965.
9. В.В.Батыгин, И.Н.Топтыгин. *«Современная электродинамика. Часть 1. Микроскопическая теория»*. 2-е издание, исправленное. НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика»: Ижевск, 2005.

10. В.В.Киселев. *``Релятивистская динамика и теория поля. Курс лекций``*, 2013, интернет - ресурс: sites.google.com/site/teorpolpfe/info-fajly
11. А.А.Соколов, И.М.Тернов, В.Ч.Жуковский, А.В.Борисов. *``Квантовая электродинамика``*. «Изд-во МГУ»: Москва, 1983.
12. А.А.Соколов, И.М.Тернов, В.Ч.Жуковский, А.В.Борисов. *``Калибровочные поля``*. «Изд-во МГУ»: Москва, 1986.
13. В.А.Рубаков. *``Классические калибровочные поля: Бозонные теории``*. «КомКнига»: Москва, 2005.
14. В.А.Рубаков. *``Классические калибровочные поля: Теории с фермионами. Некоммутативные теории``*. «КомКнига»: Москва, 2005.